甲南経済学論集第62巻第1・2号　2021年9月
〔資料紹介〕

買い手に外部機会が存在する不完備情報交渉ゲーム理論の研究動向

宮　川　敏　治

概要

この研究資料では，財の売り手と買い手の間に非対称情報が存在するときの売買交渉を考察する非協力交渉ゲーム理論の研究の中で，特に，買い手に外部機会が存在するケースを考察した論文である Kaya and Liu (2015), Board and Pycia (2014), Hwang and Li (2017) の結果，および，証明の方法を紹介する。

Keywords: 非協力交渉ゲーム理論，不完備情報，外部機会，コース推測
JEL classification codes: C78, D82.

はじめに

1つの不可分財の取引と価格についての売り手と買い手の間での交渉を考察する非協力交渉ゲーム理論の研究は Rubinstein (1982) 以来，数多く存在

＊本稿は『甲南経済学論集』の経済学部専任教員による執筆の輪番制に基づき，筆者が当番回にあわせて寄稿したものである。本稿には筆者による独自のモデルによる分析や証明は含まれていない。紹介に用いた3編の論文の著者である Ayca Kaya, Qingmin Liu, Simon Board, Marek Pycia, Ilwoo Hwang, および，Fei Li には記して感謝の意を表したい。本研究は科研費（18K01525）の助成を受けたものである。
†甲南大学経済学部教授。住所：兵庫県神戸市東灘区岡本8-9-1。E-mail: miyakawa@konan-u.ac.jp

する。その中で，買い手の財に対する評価額が私的情報であり，私的情報を持たない財の売り手が価格提案を行うという不完備情報ゲームのクラスに属する Gul, Sonnenschein and Wilson（1986），Fudenberg, Levine and Tirole（1985）を基本モデルとする研究も数多く存在する。本稿では，その基本モデルに，買い手の外部機会の要素を導入して考察を行った３編の論文，Kaya and Liu（2015），Board and Pycia（2014），および，Hwang and Li（2017），の内容，および，証明の方法を紹介する。ただし，紹介する内容は，論文に書かれているものすべてではなく，筆者が個人的な関心があるものを選択して紹介している。また，証明についても論文に書かれているそのままを示すのではなく，適宜，説明を追加したり，一部の定理，命題，補題については，証明の概略をスケッチするだけとどめたりしている。不完備情報の非協力交渉ゲーム理論の研究の包括的なサーベイについては，Ausubel, Cramton and Deneckere（2002）や Fuchs and Skrzypacz（2019）を参照していただきたい。以下，３編の論文の紹介にあたって，定理，補題，命題などの番号は，元論文のナンバリングに従っている。ただし，式番号は元論文とは異なる。

Ⅰ　基本設定

交渉ゲーム理論において「コース推測（Coase, 1972）」として知られる古典的な結果は，「売り手が１つの非分割財を独占し，販売価格の提案を一方的に行う状況で，かつ，買い手の財の評価額については買い手のみが知る非対称情報が存在するような状況であっても，売り手が将来において提案価格を訂正しないことにコミットできない限りは，財の取引は合意の遅れなしに直ちに行われる」というものである。Coase は「売り手が提案する販売価格もすぐに競争価格まで低下する」という推測を立てた。売り手が独占力を持っているにも関わらず直ぐに競争均衡価格が実現し，さらには，非対称情報が存在するにも関わらず（ほぼ）効率的な結果が実現する，という推測は

一見すると驚くべきものではあるが，独占者が価格にコミットできないことの重要性を指摘したするどい推測として研究者の間で広く認知されていた。

そして，上記の「コース推測」は，Gul, Sonnenschein, and Wilson（1986）や Fudenberg, Levine, and Tirole（1985）によって，フォーマルなモデルでの結果として，示されることになった。具体的には，ある1単位の不可分財の売り手と買い手が存在し，買い手の財の評価額 $v \in [\underline{v}, \overline{v}]$ が買い手の私的情報であり，v の分布 $F(v)$ については共有知識であり，かつ，売り手の財の供給費用 $c < \underline{v}$ も公的情報（共有知識）である。そこで，毎期，買い手の評価額を知らない売り手が販売価格 p_t を提案し，買い手がその提案価格を受け入れれば，取引が成立し，拒否すれば，次の期に価格交渉は持ち越される。期間の長さは Δ で表される。

以上の設定で，Gul, Sonnenschein, and Wilson（1986）は，定常均衡[1]において，$\Delta \to 0$ のとき，つまり，提案の頻度が非常に高いとき，売り手の提案する価格 p_t^* が，ほぼ合意の遅れが生じることなく買い手に受け入れられ，さらに，買い手の最低評価額 $\underline{v}$ に収束することを「コース推測」として証明した。

Ⅱ　次期の売り手：Kaya and Liu（2015）

1　Kaya and Liu（2015）の問題意識と結果

Kaya and Liu（2015）は，基本設定で示したモデルの毎期同一の売り手が販売価格を提案するという設定に代えて，各期において取引が成立しないと次期に新しい売り手がやってくるとした。そして，新しくやってくる売り手が，過去の売り手が行った提案価格を見れるか，見れないかがどのような影

（1）　ここでの「定常」均衡とは，各期の売り手と買い手の戦略が，その期のある評価額 v' 以上の買い手は存在しないことを示す状態 v' のみに依存する逐次均衡点のことを意味する。

響を与えるかを考察した。この設定は，買い手にとっては，今期交渉している売り手は今期限りの交渉相手であり，提案を拒否すれば，次期に新しい売り手に会うことができるという外部機会を持つモデルと解釈することができる。

彼女たちが得た主な結果は，過去の交渉が見えないことは，より低価格での取引，および，より早期の取引の成立を導くというものであった。過去の情報が見えないという情報の偏在をもたらす事象が，買い手にとって望ましい結果，および，合意の遅れを小さくするという効率性を促進する結果，が得られている。このような結果が得られたロジックは，次のようなものである。まず注目すべきは，今期の提案に対して買い手が拒否することは，買い手の評価額が低いことを市場に伝えるシグナルになるという事実である。このシグナルは，拒否された提案価格が低いものであるほど強いシグナルとなる。したがって，拒否された価格を観測できることは，これまで提案が拒否されてきたという均衡経路において，売り手が過去の価格を正確に知ることができる一方で，価格低下に対する需要の価格弾力性を変化させることになる。もし，提案価格が現在の売り手と買い手にしか見えない場合（提案価格が私的情報である場合）には，提案価格を引き下げることは，買い手の拒否による続き利得（continuation payoff）を変化させない。しかし，提案価格が次期以降の売り手にも観測される場合（提案価格が公的情報である場合）には，提案価格の引き下げは，拒否による買い手の続き利得を増加させる。つまり，提案価格が私的情報である場合には，買い手の購入行動，つまり，需要は，価格の変化により敏感になり，均衡で成立する価格は低くなり，合意もより早くなるという結果が得られることになる。また，この論文では，提案価格が見えないときのゲームの完全ベイジアン均衡点が一意で，純戦略均衡であることも示している。

2　モデルと均衡

得られた結果や証明の方法を詳しく見ていくために Kaya and Liu（2015）のモデルを紹介していくことにしよう。まず，買い手は財に対する評価 v についての私的情報を持っている。この v が買い手のタイプ（type）となる。買い手のタイプの事前（prior）の累積分布を F で与える。F のサポートは $[\underline{v}, \overline{v}]$，ただし，$\overline{v}>\underline{v}>0$，とする。$F$ は増加的な「仮想的評価（virtual valuation）」をもつ。つまり，$v-\dfrac{1-F(v)}{f(v)}$ は v の増加関数であるとする。(2)

各期 t において，売り手は価格 p_t を買い手に提案し，買い手はその提案を受諾するか，拒否するかする。価格が受諾されれば，財の取引がその価格で行われ，ゲームは終わる。拒否すれば，ゲームは継続し，次の期に新しい売り手が価格の提案を行う。売り手も買い手も共通の割引因子 δ をもつとする。

過去の価格が見える場合も見えない場合も，そのゲームの完全ベイジアン均衡点を考察する。彼女たちは，ゲームの完全ベイジアン均衡点について次の定理を示している。

定理 1（Kaya and Liu（2015））. $\delta\in(0,1)$ を任意にひとつ固定する。過去の価格が見えない場合には，完全ベイジアン均衡点は存在し，かつ，一意である。さらに，すべてのタイプの買い手が T 期以内に確率 1 で取引をし，すべてのプレイヤーが T 期およびそれ以前の期で純戦略を用いるような $0<T<\infty$ を満たす T が存在する。

以後，完全ベイジアン均衡点は単に均衡と呼ぶ。この定理について少しコメントしておく。過去の価格が見える場合には，均衡経路上では，第 1 期にだけ戦略の混合（randamization）が起こる。さらに，均衡経路外で戦略の

（2）「仮想的評価（virtual valuation）」については，例えば，Myerson（1981）を参照せよ。

混合が必要になる。しかし，過去の価格が見えない場合には，定理が示すように純戦略で一意の均衡が存在することになる。後でも見るように，価格が見えない場合には，売り手が直面する逆需要は単純に $1-F$ の線形変換になる。その結果，各売り手は一意の最適な純粋戦略を持つことになる。その一方で，価格が見える場合には，各売り手は次の期に続く売り手の反応を考慮しないといけない。その結果，均衡戦略は F の詳細に依存してしまうことになる。つまり，純戦略と一意性について証明ができる核心は，価格の履歴が観測できないときに，事後の v についての信念が事前分布の単純な切断（trancations）になっていることを示すこととなる。

交渉ゲーム理論では，事後の信念が事前分布の切断になることを「スキミング性（skimming property）」と呼ぶが[3]，その「スキミング性」によって，我々は，t 期の売り手の提案 p_t を，限界的な買い手のタイプ k_t と同一視することができることになる。

さて，ここからは Kaya and Liu（2015）の定理１の証明の手順を順を追って見ていくことにする。まず，K_t を t 期の売り手が戦略混合を行う限界タイプのサポートの集合とし，$\bar{k}_t=\sup K_t$ とする。ここでの目標は，すべての t, $0<t\leq T$ において，$K_t=\{\bar{k}_t\}$，つまり，K_t が１点集合であることを示すことにである。これは，売り手の均衡戦略が純戦略であることを意味する。

まず最初に彼女たちは次の補題を用意している。

補題１（Kaya and Liu（2015））. 任意の $\tau=1,\ldots,T-1$ に対して，$(\cup_{t=1}^{\tau}K_t)\cup[\bar{k}_{\tau+1},\bar{k}_1]=\{\bar{k}_1,\bar{k}_2,\ldots,\bar{k}_\tau\}$ が成り立つ。

この補題１は，任意の $t<T$ について，K_t に入るすべての，ただし，最も高いカットオフタイプが[4]，$\bar{k}_T$ より小さいことを意味する。そうなると，す

（３） Fudenberg, Levine and Tirole（1985）を参照せよ。
（４） それ以上のタイプであれば受諾してゲームが終了しているという信念を持つことになるという意味での「カットオフタイプ」である。

べての取引は T 期内で行われなければならないので，$\overline{k}_T = \underline{v}$ となる。売り手の戦略混合のサポートに入ってくる $\overline{k}_t$ 以外のカットオフは存在しないことになり，純戦略均衡であることの証明ができたことになる。

この純戦略の性質があれば，事後のタイプの分布は常に事前分布 F の切断になる。その結果，残っている最も高いタイプ k に直面する売り手は，利潤最大化問題

$$\max_{k'} (F(k) - F(k'))[(1-\delta)k' + \delta p].$$

を解いて最適な提案価格を決定することになる。仮想評価が増加関数であることより，続きの均衡価格 p が k 以下のときには，売り手の利潤最大化問題には一意の解 k' が存在することになる。これに対して，過去の提案価格が見える場合には，続き均衡価格 p が現在の選択 k' に依存することになり，利潤最大化問題の解の一意性は保証されないことになる。

それでは，定理 1（Kaya and Liu (2015)）の証明を具体的に見ていくことにする。ただし，論文での彼女たちの証明は t に関する数学的帰納法を随所に利用した非常に長い証明であるので，ここでは証明の要点だけを紹介する。最初に，任意の均衡戦略が純戦略であることを示す補題 1 を導出する手順をみていき，その後に均衡の存在と一意性を示す手順を見ていく。

まず，各 t に対して，$\overline{k}_t = \sup K_t$, $\underline{v}_t = \inf K_t$ とし，$\overline{k}'_t = \sup K_t \setminus \{\overline{k}\}$ とし，次の補題を証明している。

補題 2（Kaya and Liu (2015)）. $k - (1 - F(k))/f(k)$ が強い増加関数であることを仮定する。このとき，$f(k) < \alpha \leq 1$ であるならば常に，$k - (\alpha - F(k))/f(k)$ は k の強い増加関数になる。

この補題は，限界収入，つまり，仮想評価，がタイプの増加関数であることから自然に得られる。

標準的な議論によって任意の均衡において，任意の t で $k_t \geq \underline{v}$ であり，

ゲームは有限期で価格 $\underline{v}$ で終わるということを示せる。これを形式的に記したのが次の補題3である。

補題3 （Kaya and Liu (2015)）. 過去の提案価格が見えない場合の任意の均衡において，取引が T 期以内に確率1で行われる $0<T<\infty$ を満たす T が存在する。

補題3の証明のスケッチは次のようなものである。まず，売り手は決して $\underline{v}$ 未満の価格を提案することはない。そして，次の期の価格0を待つよりも買い手にとっては望ましいので，すべての買い手のタイプは $(1-\delta)\underline{v}$ の価格はすぐに受諾する。次の期の最も良い価格は $(1-\delta)\underline{v}$ によって下に有界となるので，$(1-\delta^2)\underline{v}$ は確実に受諾される。このロジックを繰り返せば，任意の n に対して $(1-\delta^n)\underline{v}$ 以下を決して提案しないということになり，補題の内容が得られることになる。

逆に（背理法の仮定として）ある履歴で決して取引を行わないというタイプが正の測度で存在するような均衡があったとする。すると，各 $k_t\in(\underline{v},\overline{k}_t)$ の実現に対して，$\overline{k}_t<\underline{v}+\underline{v}/m^2$ であるならば，$\underline{v}$ に等しい価格提案を行うことが $t+1$ 期の売り手の事後での強支配戦略となる。これは，矛盾である。

そして，次の補題が示される。内容は，ある固定された均衡において，売り手が潜在的に戦略混合するサポートの最小上界が，取引が正の確率で行われる間は，強い増加関数となることを示すものである。

補題4 （Kaya and Liu (2015)）. T が取引が正の確率で行われる最後の期である任意の均衡において，任意の $t<T$ に対して $\overline{v}>\overline{k}_t>\overline{k}_{t+1}$ が成り立つ。

上記の準備を経て，補題1（均衡戦略が純戦略であること）の証明の手順は次のようになる。ここでは手順のみ述べることにする。まず，$K_1\cap[\overline{k}_2,\overline{k}_1]=\{\overline{k}_1\}$ を証明する。具体的には，$[\overline{k}_2,\overline{k}_1)$ の間に入る k は利潤最大化でサポートされないことが示され，後は，数学的帰納法を用いて，任意の $\tau=1,\dots,T-1$ に対して $(\cup_{t=1}^{\tau}K_t)\cap[\overline{k}_{\tau+1},\overline{k}_1]=\{\overline{k}_1,\overline{k}_2,\dots,\overline{k}_\tau\}$ となることを証明

する。

次に均衡の存在と一意性の証明に移ろう。まず，関数

$$k(b,\ p)=\arg\max_{k\geq p}[F(b)-F(k)][(1-\delta)k+\delta p]$$

を定義する。F は連続で，F は増加的な仮想評価をもつので，最大化問題の解は存在し，一意となる。つまり，$k(b,\ p)$ はちゃんと関数としてうまく定義されている。この $k(b,\ p)$ は，次期の価格が p で，これまでに取引を行わない最も高いタイプが b であるときの売り手の収入を最大化する今期の限界タイプを表すことになる。

ここで次の補題が証明できる。

補題 6（Kaya and Liu（2015））.（i）タイプ $k(b,\ p)$ は連続関数である。（ii）もし $k(b,\ p)>p$ であるなら，$k(b,\ p)$ は b に関して狭義増加関数で，p に関して狭義減少関数である。

証明は，(i）については最大値定理[5]を適用すれば得られる。(ii）については $k(b,\ p)$ を求める右辺の最大化の 1 階の条件と補題 2（Kaya and Liu（2015））から得れられる。

次に，2 つの列 $b_0,\ b_1, \ldots$ と $p_0,\ p_1, \ldots$ を次のように帰納的に定義する。

$$b_0=p_0=\underline{v}$$

$$b_s=\sup\{b:k(b,\ p_{s-1})=b_{s-1}\}$$

$$p_s=(1-\delta)b_s+\delta p_{s-1}.$$

$s\geq 0$ をゲームが終了する前に残っている期間の数と見ることができて，上の b_s と p_s の 2 つの列を用いて，ゲーム終了期から順に後ろ向きに均衡戦略を構築していけばよい。この均衡の構築の方法は，Fudenberg, Levine and Tirole（1985）以来，標準的に用いられているものである。

（5） 最大値定理については Berge（1963）を参照せよ。

さらに，次の 2 つの補題が示される。

補題 7 （Kaya and Liu (2015)）. 集合 $\{b : k(b, p_{s-1}) = b_{s-1}\}$ は $b_{s-1} > p_{s-1}$ のときはいつも 1 点集合になる。

補題 8 （Kaya and Liu (2015)：存在定理）. 任意の初期の信念 $b \in (b_s, b_{s+1}]$ に対して，まさに $s+1$ 期で終わる均衡が存在する。

ここでは具体的な均衡の構築の仕方を見ておくことにする。b_1 の定義より，初期の信念（belief）が $(b_0, b_1]$ に入っているなら，ゲームが第 1 期で終わる均衡が存在する。つまり，$s=0$ で定理が成立する。$s>1$ については，初期の信念 $b \in (b_0, b_1]$ に対して，$\beta_0(b)=b, \pi_0(b)=\underline{v}$ とする。さらに，$n=1, \ldots, s$ に対して，関数 $\pi_n, \beta_n : (b_0, b_1] \to \mathbb{R}$ を次のように帰納的に定義する。

$$\pi_n(b)=(1-\delta)\beta_{n-1}(b)+\delta\pi_{n-1}(b), \quad k(\beta_n(b), \pi_{n-1}(b))=\beta_{n-1}(b).$$

そうすると，証明は省略するが（補題 6 が重要な役割を果たす），β_n が $(b_0, b_1]$ から $(b_n, b_{n+1}]$ への 1 対 1，かつ，全射の写像となることが示せる。このことは，任意の初期信念 $b \in (b_s, b_{s+1}]$ に対して，一意の $b^* := \beta_s^{-1}(b) \in (b_0, b_1]$ が存在することを意味する。さらに，列 $\{\beta_{s-1}(b^*), \ldots, \beta_0(b^*), \underline{v}\}$ が信念 b からスタートするゲームでの均衡カットオフの列を構成することは簡単に確認することができるので，定理が証明できることになる。

また，上記のように構成した均衡が一意の均衡であることは，次の補題で与えられている。

補題 9 （Kaya and Liu (2015): 一意性）. すべての初期信念 $b \in (b_s, b_{s+1}]$ に対して，任意の均衡において，取引はちょうど $s+1$ 期で終了し，さらに，その均衡は一意である。

証明は省略するが，基本的に構成に用いた写像の連続性と単調性，および，補題 6 を用いれば証明できる。

3　価格比較・合意の遅れ

ここでは，過去の提案価格が売り手に見える場合と見えない場合でのゲームの完全ベイジアン均衡点で実現する価格と合意のタイミングについての比較を行う。

過去の提案価格が見える場合を「透明性のある制度（transparent regime）」，過去の提案価格が見えない場合を「透明性のない制度（nontransparent regime）」と呼び，それぞれの制度での均衡での結果を表すために，変数の添字 i＝TR, NTR を付すことにする。$\{p_t^i\}$ は制度 i での実現した均衡価格列，T_i は均衡経路上の取引が正の確率で行われる最後の期を表す。$t>T_i$ については $p_t^i=\underline{v}$ であるとする。

均衡で成立する価格について次の定理が得られている。

定理 2（Kaya and Liu（2015））. 任意の $\delta\in(0,1)$ に固定しておく。F は増加的なハザード率（*increasing hazard rate*）(6) をもつとする。$\{p_t^{\mathrm{TR}}\}$ を透明性のある制度での任意の均衡の価格列の任意の実現したものとし，$\{p_t^{\mathrm{NTR}}\}$ を透明性のない制度での一意の均衡価格列とする。このとき，すべての t について $p_t^{\mathrm{TR}}\geq p_t^{\mathrm{NTR}}$ となる。

定理 2 は次の命題 1 の $\overline{k}^{\mathrm{TR}}=\overline{k}^{\mathrm{NTR}}=\overline{v}$ としたときの系である。

命題 1（Kaya and Liu（2015））. 任意の $\overline{v}\geq\overline{k}^{\mathrm{TR}}\geq\overline{k}^{\mathrm{NTR}}\geq\underline{v}$ に固定する. 買い手のタイプの分布が，サポート $[\underline{v},\overline{v}]$ をもつ F の切断であるとする。このときすべての t に対して，$p_t^{\mathrm{TR}}\geq p_t^{\mathrm{NTR}}$ が成り立つ。

証明のスケッチだけを与えておくことにする。この命題 1 の証明は，主に次の（i）（ii）（iii）の 3 つの部分に分けることができる。(i) は，数学的帰納法の仮定を考慮しつつ，透明性のない制度での第 2 期の価格が，透明性のある制度での任意の第 2 期の均衡価格よりも低いことを示す。(ii) は，数

（6）　ハザード率とは $\dfrac{f(v)}{1-F(v)}$ を意味する。f は F の密度関数である。

学的帰納法の仮定と（i）を用いながら，透明性がある制度での第 1 期の価格が，透明性のない制度での均衡価格よりも高くなること，および，（iii）は，2 期に続く価格列について $p_t^{\mathrm{TR}} \geq p_t^{\mathrm{NTR}}$ が成立すること，が示される。（ii）を示すことは，$p_1^{\mathrm{TR}} \geq p_1^{\mathrm{NTR}}$ を示すことである。証明自体は，p_1^{TR} において，透明性のない制度での需要曲線が，透明性のある制度での需要曲線よりも弾力的であることを，まず示している。そこから，初歩的な独占価格の理論を適用して，透明性のない制度での第 1 期の利潤最大化価格が p_1^{TR} よりも低いことが導かれることになる。

次に，合意のタイミングについて見ていくことにする。

Kaya and Liu（2015）では，任意の割引因子 $\delta \in (0, 1)$ で，どちらの制度の下でより合意の遅れが生じるかを考察している。既存研究の多くが $\delta \to 1$ の場合を考察したものであるので，任意の δ で考察を行うこと自体が，この論文の貢献となっている。

$\{k_t^{\mathrm{TR}}\}$ を透明性がある制度での均衡カットオフの列の実現値とし，$\{k_t^{\mathrm{NTR}}\}$ を透明性のない制度での一意の均衡カットオフの列とする。ただし，$k_0^i = \overline{v}$ とし，$t > T^i$ については $k_t^i = \underline{v}$ とする。ここで T^i は実現した均衡経路で取引が正の確率で行われる最後の期である。これらの列が与えられた下で，任意のタイプ $v < \overline{v}$ に対して，$i = \mathrm{NTR, TR}$ のどちらにおいても，$k_{t-1}^i > v \geq k_t^i$ となるような一意の t が存在する。この t を $\tau^i(v)$ と表す。

タイプ v が経験する合意の遅れの測度（measure）は $1 - \delta^{\tau^i(v)-1}$ で与える。この値は，合意に到達する遅れによる利得の消失部分を表している。したがって，制度 i での合意の遅れの期待値は，

$$\int_{\underline{v}}^{\overline{v}} (1 - \delta^{\tau^i(v)-1}) dF(v) = 1 - \int_{\underline{v}}^{\overline{v}} \delta^{\tau^i(v)-1} dF(v).$$

で与えられる。この合意の遅れの期待値について次の命題が与えられている。

命題 2 （Kaya and Liu（2015））. 任意に $\delta \in (0, 1)$ を固定する。任意の t に対

して $p_t^{\mathrm{TR}} \geq p_t^{\mathrm{NTR}}$ を仮定する。このとき，凹関数の F に対して，透明性のある制度での合意の遅れの期待値は，透明性がない制度での合意の遅れの期待値よりも大きい。

この命題の証明は省略するが，キーとなる式を示しておく。まず，合意の遅れの期待値は

$$(1-\delta)\sum_{t=1}^{\infty}\delta^{t-1}F(k_t^i) \tag{1}$$

と書き直すことができる。さらに，どちらの制度においても，第1期以降の均衡経路上は純戦略がプレイされるので，任意の t において，カットオフタイプの買い手が受諾と拒否が無差別となる条件は，

$$p_t^i=(1-\delta)k_t^i+\delta p_{t+1}^i$$

で与えられる。この条件を t に関して繰り返し適用すれば，

$$p_i^t=(1-\delta)\sum_{\ell=t}^{\infty}\delta^{\ell-t}k_\ell^i$$

が得られる。均衡価格については $p_t^{\mathrm{TR}} \geq p_t^{\mathrm{NTR}}$ が仮定されているので，

$$p_t^{\mathrm{TR}}=(1-\delta)\sum_{\ell=t}^{\infty}\delta^{\ell-t}k_\ell^{\mathrm{TR}} \geq (1-\delta)\sum_{\ell=t}^{\infty}\delta^{\ell-t}k_\ell^{\mathrm{NTR}}=p_t^{\mathrm{NTR}} \tag{2}$$

が得られる。上記の合意の遅れの期待値を表す(1)と不等式(2)，および，F が増加関数で，かつ，凹関数であることを適用すれば，命題の結果が得られることになる。

Ⅲ　外部機会の存在：Board and Pycia (2014)

1　Board and Pycia (2014) のモデルと結果

Board and Pycia (2014) は，コース推測を示した基本設定のモデルに，買い手が売り手との交渉をやめて，確実に利得が実現できるような外部機会

(outside option）の存在を追加した。この論文の示した結果は，売り手がすべての期にわたって独占価格に等しい一定価格を提案し続けて，買い手はその提案をすぐに（最初の期に）受け入れるか，すぐに外部機会を選択するという一意の完全ベイジアン均衡点が存在するというものである。この論文は，非常に単純な拡張によってかなり頑健な結果だと考えられていたコース推測の結果が成立しないこと，および，コースが推測した売り手独占であっても独占力を行使できないという結果とは真逆の売り手が独占価格にコミットし続けるという均衡の存在を示したこと，および，その均衡が一意であることを示している。これまでコース推測にそった研究が多かった中，まったく逆の結論を導いた点で，研究者に大きな影響を与えた論文である。(7)

2　コース推測の不成立

ここでは Board and Pycia (2014) の結果を形式的なモデルを用いながら見ていくことにする。

独占的な売り手が毎期単一の売り手に 1 単位の耐久財を販売しようとする。この財の生産費用 c は $c=0$ であり，$c=0$ であることは売り手も買い手も知っている。一方，買い手の財に対する評価額 $v \in V \subset [0, \bar{v}]$ と買い手がもつ外部機会の価値 $w \in W \subset [0, \bar{v}]$ は買い手の私的情報であるとする。共通の割引因子 $\delta \in (0, 1)$ を仮定し，買い手が第 t 期に財を価格 p_t で購入したならば，買い手の利得は $\delta^t(v-p_t)$ となり，売り手の利潤は $\delta^t p_t$ となる。このような交渉ゲームの完全ベイジアン均衡点を考察する。

外部機会 w が存在するので，買い手の財のネットの評価額 $u=v-w$ を定義し，u に関して私的情報（シグナル）の分布 F を考えることにする。$F(u)$

（7）　のちに Nava and Schiraldi (2019) が，Board and Pycia (2014) の結果も，財の属性が複数（2 次元）あると考えてモデルを一般化して考えれば，コース推測のロジックの範疇で解釈できるという見方を提示した。

は買い手のネットの評価額が u 未満である確率を表し，独占価格 $p^m \in \arg\max_p p(1-F(p))$ は一意であると仮定する。売り手と買い手が「独占戦略」に従うとは，すべての期において，売り手は常に p^m を提案し，買い手は $u \geq p^m$ であれば提案を受諾し，そうでなければ彼の外部機会を選択する，ことを意味する。

彼らは，まず最初に，任意の完全ベイジアン均衡点において，任意の履歴で，価格が最低ネット評価額 $\underline{u}$ 以下にならないこと，を示している。具体的には，次の補題に要約される。

補題 1 （Board and Pycia (2014)). 任意の完全ベイジアン均衡点において，売り手がある履歴において買い手のネット評価額が $\underline{u}$ 以上だと信じるならば，その履歴では $\underline{u}$ 以上の価格を売り手は提案する。

この補題の証明のスケッチは次のようになる。任意に完全ベイジアン均衡点を1つ固定しておく。まず，$\underline{u}(h)$ を履歴 h での買い手のネットの評価額についての売り手の信念のサポートの最小値とする。さらに，$\underline{p}(h)$ を履歴 h での売り手が課す価格のサポートの最小値であるとする。ここで示すことは，すべての履歴 h に対して $\underline{p}(h) > \underline{u}(h)$ であることを示すことである。

背理法を用いて証明を行う。背理法の仮定として，ある履歴 h に対して $\underline{p}(h) < \underline{u}(h)$ であると仮定する。また，$\Delta = \sup_h(\underline{u}(h) - \underline{p}(h)) > 0$ は，最小のネット評価額の売り手のタイプが獲得できる（割り引かれていない）レントの最小上界であるとする。価格は非負であるので，Δ は有限値となる。つまり，任意の $\epsilon \in \left(0, \frac{1-\delta}{2}\right)$ に対して，$\underline{u}(h_t) - \underline{p}(h_t) > (1-\epsilon)\Delta$ となるような t 期の履歴 h_t を選んでくることができる。この履歴 h_t において，売り手が，買い手が $p \leq \underline{u}(h_t) - \underline{p}(h_t) + \epsilon\Delta$ を満たす任意の価格 p ですぐに財を購入する（提案を受諾する）という事象に確率1をふる，つまり，そういう信念をもつ，ことを示す。t 期に，各タイプの買い手は，購入することによっ

て正のレントを得ることができる，つまり，$u-p\geq\underline{u}(h_t)-\underline{p}(h_t)-\epsilon\Delta>0$ であるので，外部機会を選択するよりもむしろ，その期に購入することを好む。つまり，$v-p>w>\delta^{s-1}w$ となる。これは，どのタイプの買い手も $s>t$ 期において外部機会を選択するよりもむしろ t 期で購入することを好むことを意味する。

さらに，各タイプの買い手が将来の期において購入をするよりもむしろ t 期で購入することを好むことを示そう。背理法の仮定として，買い手のタイプ集合上で t 期に購入をせず，$s>t$ 期で購入するタイプが正の測度で存在するとしよう。ただし，履歴 h_s は，行動の結果として，履歴 h_t に続いて導かれるものとする。ここで，ベイズの法則から，$\underline{u}(h_s)\geq\underline{u}(h_t)$ となり，さらに，p と h_t の定義より，

$$\underline{u}(h_s)-p\geq\underline{u}(h_t)-\underline{p}(h_t)-\epsilon\Delta>(1-2\epsilon)\Delta>\delta^{s-t}(\underline{u}(h_s)-\underline{p}(h_s))$$

となる。ただし，最後の不等式は，もし $\underline{u}(h_s)-\underline{p}(h_s)\leq 0$ であるならば，自明であり，そうでないときには，Δ の定義と $\epsilon<(1-\delta)/2$ の仮定から，得られる。履歴 h_s でまだゲームにとどまっているタイプは，$\underline{u}(h_s)$ よりも大きい財への評価 $v=u+w\geq\underline{u}(h_s)$ をもつので，上の不等式は $v-p>\delta^{s-t}(v-\underline{p}(h_s))$ を導く。これは，これらすべてのタイプが s 期まで合意を遅らせるよりもむしろ t 期に購入を行うことを好むことを意味する。これは，あるタイプが合意を遅らせるという背理法の仮定に矛盾する。

以上より，$p\leq\underline{p}(h_t)+\epsilon\Delta$ を満たす任意の価格 p を提案すれば，すぐに販売が行われることになる。したがって，価格 $p\in[\underline{p}(h_t),\underline{p}(h_t)+\epsilon\Delta)$ を提案することは売り手の最適反応ではない。さらに，$\underline{p}(h_t)$ は履歴 h_t で売り手が提案する価格のサポートの最小値ではない。このことは，$\Delta>0$ であるという仮定（背理法の仮定）に矛盾する。これで，補題 1（Board and Pycia (2014)）が証明されたことになる。

Board and Pycia (2014) は，次の命題 1 を与えている。

命題 1 （Board and Pycia (2014)). 売り手と買い手が「独占戦略」をとる完全ベイジアン均衡点が存在する。さらに，この完全ベイジアン均衡点は，(測度ゼロのイベントで異なる均衡があるかもしれないが）本質的に一意である。

証明を見ていこう。まず，「独占戦略」が完全ベイジアン均衡点を構成することは，割と簡単に示すことができる。まず，買い手が第 1 期にゲームから退出するか，購入するのであれば，売り手にとってずっと独占価格を課すことは最適反応である。一方，売り手が一定価格をずっと提案するならば，買い手が第 1 期にゲームから退出するか購入することは最適反応になる。売り手も買い手も互いに最適反応を取り合っている状態であり，均衡経路上の信念の整合性も満たされている。

すべての完全ベイジアン均衡点が同じ利得をもたらすこと，つまり，すべての完全ベイジアン均衡点に対して均衡利得の一意性を示すために，買い手は，売り手が提案する価格がどんなものであっても，第 1 期に，提案を受諾するか，または，外部機会を選択してゲームから退出することを示す。さらに，この買い手の行動を所与として，売り手は独占価格をつけることが一意の最適解であることを示す。

背理法の仮定として，ある完全ベイジアン均衡点が存在し，そこでの売り手の提案価格 p_1 が，ある正の測度をもつタイプの部分集合に属する買い手すべてが合意の遅れ（提案の拒否）を選択するようなものであると仮定する。$\underline{u}(h_2)$ は，そのような買い手のネットの評価額のサポートの最小値とする。$t \geq 2$ 期で退出することは，第 1 期に退出することよりも利得は低いので，$u < \underline{u}(h_2) + \epsilon$ かつ $\epsilon \in \left(0, \frac{1-\delta}{\delta}\underline{w}\right)$ となるような正の測度をもつタイプの買い手たちは，ある $t \geq 2$ 期に正の確率で購入を行うことになる。補題 1 （Board and Pycia (2014)）と売り手の信念の整合性より，$p(h_t) \geq \underline{u}(h_t) \geq \underline{u}(h_2)$ が得られる。さらに，$u < \underline{u}(h_2) + \epsilon$ に対して，

$$\delta^{t-1}(v - p(h_t)) \leq \delta^{t-1}(v - \underline{u}(h_2)) < \delta^{t-1}(v - u + \epsilon) = \delta^{t-1}(w + \epsilon) \leq w$$

が得られる。ただし，最後の不等式は $\epsilon \leq \dfrac{1-\delta}{\delta}\underline{w}$ を用いている。この不等式が意味することは，これらのタイプの買い手は，待つよりも $t=1$ でゲームから退出することを好むということになる。この事実は，正の測度の買い手が合意の遅れを選択するという仮定に矛盾することになる。

以上のことをまとめると，任意の完全ベイジアン均衡点において，売り手によって提示された任意の価格 p_1 に対して，買い手は，第 1 期に購入をするか，外部機会を選択することになる。買い手の誘因両立性は，$v - p_1 > w$ であれば，買い手は財を購入し，$v - p_1 < w$ であれば，外部機会を選択することを意味する。$v - p_1 = w$ となる無差別な買い手は，そのようなタイプが測度ゼロであるならば，どちらを選択してもよい。一方，無差別タイプが正の測度をもつならば，売り手の誘因両立性は，無差別タイプが確率 1 で購入を選択することを要求することになる。このような買い手の行動を所与とすると，買い手は $p_1(1 - F(p_1))$ を最大化するように行動する。この最大化問題の解は p^m であり，この解は一意となる。これで命題 1（Board and Pycia (2014)）が証明できたことになる。

この命題 1 は，売り手が，ある範囲の外部機会となるような異なる財を提示することで，高価格（独占価格）にコミットすることができることを示唆している。例えば，もし独占者が単一の財しか販売しないならば，コース推測が示すように時間とともに価格を切り下げていかないといけないことになる。しかし，評価額の低い買い手たちにとって魅力的なセカンドグッズ（セカンドブランド）を生産することによって，外部機会を提供し，評価の低い人たちはすぐに外部機会を選択するようになるとともに，ファーストグッズ

（ファーストブランド）の財については高価格にコミットすることができるようになる。このような現象は，現実の経済でも見られることから，非常に興味深い結果であると言える。

Ⅳ　外部機会の到来：Hwang and Li（2017）

1　Hwang and Li（2017）の問題意識と結果

Hwang and Li（2017）は，買い手と売り手の間での不可分財の売買交渉で，交渉を始めるにあたってスタート時点では買い手は外部機会をもっていないが，ある正の確率で外部機会が到来することが分かっている状況を考察している。その中で，買い手にとっての外部機会の到着が，買い手の私的情報であるか，買い手と売り手の公的情報であるかが，交渉にどのような影響を与えるか，および，外部機会の到達が売買交渉の過程にどのような影響を与えるかに焦点をあてて，分析を行っている。Board and Pycia（2014）は，既に外部機会が買い手に到達していて，その価値自体が買い手の私的情報である状況を考察していたのに対して，Hwang and Li（2017）は，外部機会が到達する以前の交渉段階も分析の対象にしており，また，外部機会が買い手の私的情報であるときだけでなく，売り手にも外部機会が見える場合も考察している。

Hwang and Li（2017）では，まず，外部機会の到来が買い手の私的情報であるとき，買い手は外部機会を受け取った後，すすんで外部機会を持っていることを公表する誘因は存在しないことを指摘している。なぜなら，財についての評価が低い買い手であれば，外部機会を受け取ってすぐにその機会を行使するはずなので，まだ交渉にとどまっているということは，財についての評価が高い買い手であることを示すシグナルになってしまう。そうなると，売り手との交渉が不利になってしまうので，外部機会を持っていることを公表することを望まないことになる。このような単純なシグナリングのロジッ

クを使って，外部機会の情報開示の問題を説明できることになる。また，彼らは，売り手が買い手のタイプについての信念を更新する 2 つの情報源が存在することを指摘している。まず，1 つは標準的なスキミング性の議論で見られるように，買い手の提案拒否から買い手が低い評価額である確率が高いと売り手が信じることである。もう 1 つは，買い手が外部機会を選択しなかったという事実を観測して，買い手がより低い評価額である確率が低いと信じるという要素である。この 2 つの要素の大小関係が，Hwang and Li (2017) で得られる結果を解釈するときに重要になる。

彼らの論文の結果としては次のようなものが得られている。まず，外部機会の到着が売り手にも見える場合は，ゲームの完全ベイジアン均衡点は，コース推測が言うような，期間 Δ が十分小さくなれば，合意の遅れはなくなり，買い手が取引の余剰を完全に得る，という性質をもつ。ただし，外部機会が到達すると買い手はすぐに外部機会を選択するという行動にコミットすることになる。一方，外部機会の到達が買い手にしか見えない場合は，ゲームは複数の完全ベイジアン均衡点をもつ。コース推測と合致した完全ベイジアン均衡点も存在するが，期間 Δ を 0 に収束させたとしても，非効率な合意の遅れを伴うような均衡点も存在する。彼らの論文では，コース推測と合致した性質をもつ完全ベイジアン均衡点のことを「コース的均衡（Coasian equilibrium）」とよび，十分に提案の頻度を高くしても非効率な合意の遅れが生じる完全ベイジアン均衡点のことを「行き詰まり均衡（deadlock equilibrium）」と呼んでいる。我々もその用語法に従うとする。

2　モデル

Hwang and Li (2017) の基本モデルは，これまで紹介してきたモデルとは少し異なる部分がある。それは，買い手のタイプの集合が，有界閉区間の連続タイプの集合ではなく，財の評価額が高いタイプと評価額が低いタイプと

いう離散タイプ集合としている点である。このことに伴い，均衡を構築する手続きが少し異なったものになる。のちに，その手続きを詳しく見るために，Hwang and Li（2017）のモデルを詳しく見ていこう。

まず，時間は離散で各期の長さは $\Delta>0$ で表す。期は $t=0, \Delta, 2\Delta, \ldots$ で表される。売り手と買い手の間の 1 つの不可分財の売買交渉の展開形ゲームは次のようになる。

（i）各期の最初に，売り手が販売価格 p を提案する。

（ii）買い手は，売り手の提案を受諾するか，拒否するかどうかを決定する。もし提案を受諾するならば，ゲームは終わる。

（iii）もし買い手が提案を拒否するならば，確率 $\lambda=1-e^{-\mu\Delta}$ で買い手は外部機会を受け取る。ただし，$\mu>0$ はポアソン過程の外部機会の到達確率である。

（iv）外部機会が到達した買い手は，外部機会を選択して，ゲームから退出するか，または，外部機会を所持したままゲームに残るかを決定する。そして，外部機会の到達を開示するかどうかを決定する。いったん外部機会が到達すると，買い手はそれ以降いつでも外部機会を選択したり，開示したりすることができる。

買い手は，自分のタイプ θ を私的情報として知っている。ただし，$\theta=H$，または，$\theta=L$ である。タイプ θ の財の評価額を v_θ，外部機会の価値を w_θ とする。ただし，$v_H>v_L$ であり，$\theta=H, L$ で $w_\theta>0$ とする。また，$q(0)\in(0, 1)$ を，買い手が L タイプであるとする売り手の事前の信念（prior belief）とする。売り手も買い手も共通の割引因子 $\delta=e^{-r\Delta}$ をもつとする。ただし，$r>0$ は割引率である。さらに，$\theta=H, L$ について，$v_\theta>w_\theta$ を仮定する。これは，売り手と外部機会をもつ買い手の間にも取引をおこなう利益が常に存在することを意味している。

外部機会が到達する前の，この先の外部機会の価値の期待値 W_θ^* は，

$$W^*_\theta=\lambda w_\theta+\delta\lambda(1-\lambda)w_\theta+\cdots=\frac{\lambda}{1-\delta(1-\lambda)}w_\theta$$

となる。ここで，$v_\theta-w_\theta$ を，タイプ θ の買い手の「外部機会到達後の残余価値（post-arrival residual value）」，$v_\theta-W^*_\theta$ を，タイプ θ の買い手の「外部機会到達前の残余価値（pre-arrival residual value）」と呼ぶこととする。

到達後の残余価値について次の仮定をおく。

仮定１． $v_H-w_H>v_L-w_L.$

仮定１は，H タイプの買い手が，到達前も後のどちらにおいても，L タイプの買い手より高い残余価値をもつことを保証する。さらに，仮定１と $v_H>v_L$ から，

$$v_H-W^*_H>v_L-W^*_L \qquad (3)$$

となることも注意しておく。

$h^t\in\mathcal{H}$ を t 期の公的な履歴，$\hat{h}^t\in\hat{\mathcal{H}}$ を t 期の買い手の私的な履歴とする。外部機会の到達が売り手にも見える公的な外部機会の場合には，h^t と $\hat{h}^t$ のどちらも，拒否された提案価格の列 $\{p(\tau)\}^t_{\tau=0}$ と外部機会の到達の履歴の列 $\{o(\tau)\}^t_{\tau=0}$，ただし，$o(t)=\mathbf{1}\{$外部機会が t 期に利用可能である$\}$ となる。ここで，$\mathbf{1}\{\}$ は，指示関数（index function）である。買い手の外部機会の開示選択の結果は，$d(t)=\mathbf{1}\{$外部機会が t 期で既に開示されている$\}$ で表される。売り手の戦略は，公的な履歴の集合から $\mathbb{R}_+$ 上の確率測度の集合への価格関数 P で表される。このとき，$P(h^{t-\Delta})$ は，t 期の価格提案の分布を表すことになる。買い手の戦略は，関数 $\sigma:\hat{\mathcal{H}}\times\{L, H\}\rightarrow[0, 1]\times\Delta^2$ で表す。$\sigma_1(\hat{h}^t, \theta)$ は，買い手が t 期に提案された価格 $p(t)$ を受諾する確率であり，各期 t において，買い手は $o(t)$ の値を観測する前に σ_1 を選択することになる。$\sigma_2(\hat{h}^t, \theta)$，および，$\sigma_3(\hat{h}^t, \theta)$ は，外部機会を選択する確率，外部機会を開示する確率を表す。ゲームの解概念として，完全ベイジアン均衡点を用いる。

彼らのモデルでは，複数の完全ベイジアン均衡点が存在する可能性がある。離散タイプのモデルなので，連続タイプのモデルのものと少し異なるが，均衡経路上のプレイについて次の性質

1. 提案価格 $p(t)$ が時間 t とともに強く減少する，
2. 信念 $q(t)$ が時間 t とともに強く上昇する，

をもつ完全ベイジアン均衡点を「コース的均衡（Coasian equilibrium）」と呼び，そうでない均衡を「非コース的均衡（non-Coasian equilibrium）」と呼ぶ。

3　公的な外部機会

外部機会の到達が売り手にも買い手にも見える場合，すなわち，公的な外部機会のケース，について完全ベイジアン均衡点の性質を見ていくことにする。

補題 1（Hwang and Li (2017)）. 任意の均衡において，買い手は，そのタイプに関わらず外部機会が到達したら，すぐにその外部機会を選択し，ゲームを退出する。

この補題 1（Hwang and Li (2017)）のロジックは以下のようである。まず，売り手が外部機会が到達する前は，$v_H - w_L$ 以下の価格は提案しないこと，および，外部機会が到達した後は，$v_L - W_L^*$ 以下の価格は提案しないこと，が示せる。さらに，そのとき，L タイプの買い手は，外部機会を選択すると w_L を得るが，外部機会を選択しないのであれば，L タイプの買い手の続き利得は多くとも δw_L である。このことから L タイプの買い手は，外部機会が利用可能になったら，すぐに外部機会を選択することになる。そうなると，H タイプの買い手についても，すぐに外部機会を選択しないのであれば，H タイプであることが売り手に分かってしまって，続きプレイでの売り手の均衡価格提案は $v_H - w_L$ 以下にはならないことになり，H タイプの

買い手も，すぐに外部機会を選択することが望ましいことになる。

補題 1（Hwang and Li（2017））が成立するならば，公的な外部機会のときの交渉は，交渉が確率 λ で外生的に終わる交渉と同値のものとみなすことができる。そうなると，公的な外部機会の場合の完全ベイジアン均衡点は，Fudenberg, Levine and Tirole（1985）と同じ手順で，その存在と（ジェネリックな意味での）一意性を示すことができる。つまり，以下の命題が得られる。

命題 1（Fudenberg, Levine and Tirole（1985), Hwang and Li（2017)). すべての完全ベイジアン均衡点は，コース的均衡である。さらに，完全ベイジアン均衡点は一意である。

均衡においては，売り手は，買い手をスクリーニングするために，提案価格を徐々に下げていく。特に，均衡経路上においては提案価格は，H タイプの買い手が現在の提案価格を受諾することとずっと提案を拒否することが無差別になるように提案がなされる。t 期の H タイプの無差別の条件は，

$$v_H - p(t) = \lambda w_H + (1-\lambda)\delta(v_H - p(t+\Delta)). \qquad (4)$$

で与えられる。売り手の均衡信念（equilibrium belief）$q(t)$ は，時間とともに増加する。さらに，$q(t)$ が十分に高くなると，売り手は L タイプの買い手の留保価格 $v_L - W_L^*$ と等しい最終価格を提案し，買い手はタイプに関係なく提案を受諾することになる。

また，$\Delta \to 0$ のときには，「コース推測」に対応する結果が得られる。

命題 2（Hwang and Li（2017)). 公的な外部機会の場合の均衡では，$\Delta \to 0$ とすると，

1．交渉の合意の遅れはゼロに収束する。

2．第 1 期の均衡価格は $\lim_{\Delta\to 0} v_L - W_L^* = v_L - \dfrac{\mu}{\mu+r} w_L$ に収束する。

3．タイプ θ の買い手の均衡利得は $v_\theta - v_L + \dfrac{\mu}{\mu+r} w_L$ に収束し，売り手の

均衡利得は $v_L - \dfrac{\mu}{\mu+r} w_L$ に収束する。

命題１，２（Hwang and Li (2017)）の証明は，Fudenberg, Levine and Tirole (1985) などに見られる標準的な手続きを踏襲すればよいので，ここでは紹介しない。その代わりに，いくつかコメントを付しておく。

まず，外部機会の到達の効果は，$\dfrac{\mu}{\mu+r} w_L$ で見ることができる。これは，買い手が外部機会によってより高い利得を得ることができることを示している。次に，Board and Pycia (2014) と比較して，命題２（Hwang and Li (2014)）は，もし外部機会が確率的に到達するならば，外部機会が存在するとしても，コース推測にそった結果が得られることを示している。命題２については，極限をとる順序に注意しておく必要がある。上の命題２では，まず最初に $\Delta \to 0$ をとり，その後に，$\mu \to \infty$ をとっている。このときは，買い手の私的情報の効果が，外部機会によって失われることはない。逆に，$\mu \to \infty$ をとって，その後に，$\Delta \to 0$ をとると，任意の固定された Δ に対して，$\mu \to \infty$ をとるとき，外部機会が決定論的になる（確率１で起こるような状況となる），そうすると，モデルは，タイプが２つの Board and Pycia (2014) のモデルに収束することになる。このときは，$\Delta \to 0$ となっても，売り手は十分大きな余剰を得ることになる。ここで Board and Pycia (2014) との明示的な関係が得られていることは，既存研究を整理する上で非常に有益である。

4　私的な外部機会

次に，外部機会が売り手には見えない場合，すなわち，私的な外部機会のケース，を見ていくことにする。

まず最初に，任意の均衡で，買い手は外部機会を開示しないことを見る。その後に，売り手の信念の更新過程（belief updating process）を分析し，

「スキミング性」がもはや成立しないような「非コース的均衡」が可能性があることを議論する。

補題 2 （Hwang and Li (2017)). 任意の公的な外部機会をもつゲームの完全ベイジアン均衡点において，L タイプの買い手は，外部機会が到達したときに，それを選択し，ゲームから退出する。

証明は，公的な外部機会のケースの補題 1 （Hwang and Li (2017)）と同じ手続きで証明できる。続き利得が大きくても δw_L であることから，すぐに外部機会を選択する方が L タイプの買い手にとっては好ましいことになる。

次の命題が，Hwang and Li (2017) の最初の主要な結果である。

命題 3 （Hwang and Li (2017)). 任意の私的な外部機会をもつゲームの完全ベイジアン均衡点において，買い手は外部機会を開示することは決してない。

証明は次のように与えられる。補題 2 （Hwang and Li (2017)）より，L タイプは外部機会が到達するとすぐにゲームから退出する。つまり，L タイプは到達を開示することはない。背理法の仮定として，ある履歴 $\hat{h}_t$ において，正の確率で外部機会の到達を開示する，つまり，$\sigma_3(\hat{h}_t, H)>0$ である完全ベイジアン均衡点が存在するとする。この場合，開示の後は，買い手は H タイプとして扱われることになる。タイプが売り手に知られてしまうので，彼の情報レントは売り手に完全に取られてしまい，彼の続き価値（continuation value）は δw_H となる。したがって，H タイプの買い手はすぐに外部機会を選択して，w_H を得ることを好むことになる。これは，矛盾である。

より強い結果を得るために，彼らの論文では，仮定 1 よりもより強い次の仮定をおいて考察をすすめている。

仮定 2. $v_H - w_H > v_L - W_L^*$.

仮定 2 は，外部機会をもつ H タイプの買い手は，外部機会をすぐに選択する代わりに，売り手のより低価格の提案を待つことが最適であるかもしれ

ない可能性を保証することになる。

尤度比で表すと，売り手は信念（belief）を次のプロセスにしたがって更新していく。

$$\frac{q(t+\Delta)}{1-q(t+\Delta)}=\frac{q(t)}{1-q(t)}\frac{\mathbb{E}^{\sigma}[(1-\sigma_1(\hat{h}^t, L))(1-\sigma_2(\hat{h}^t, L))|h^t, L]}{\mathbb{E}^{\sigma}[(1-\sigma_1(\hat{h}^t, H))(1-\sigma_2(\hat{h}^t, H))|h^t, H]}, \quad (5)$$

ただし，$\mathbb{E}^{\sigma}[\bullet|h^t, \theta]$ は，買い手の均衡戦略 σ の下で，公的履歴 h^t の条件付きでの売り手の期待オペレーターを表す。左辺の分子は $t+\Delta$ 期での買い手が L タイプであると考える確率であり，分母は $t+\Delta$ 期での買い手が H タイプであると考える確率である。左辺の分子は，右辺の分子の t の買い手が L タイプであると考える確率に，均衡戦略で L タイプが提案を拒否する確率 $1-\sigma_1(\hat{h}^t, L)$ と外部機会を選択しない確率 $1-\sigma_2(\hat{h}^t, L)$ をかけたものの期待値，つまり，次の期に L タイプがゲームに残る確率の期待値，をかけたものに等しく。左辺の分母は，分母の t の買い手が H タイプであると考える確率に，均衡戦略で H タイプが提案を拒否する確率 $1-\sigma_1(\hat{h}^t, H)$ と外部機会を選択しない確率 $1-\sigma_2(\hat{h}^t, H)$ をかけたものの期待値，つまり，次の期に H タイプがゲームに残る確率の期待値，をかけたものに等しいことを表している。

私的な外部機会の場合には，２種類の選抜（selection）効果が存在している。一つは，標準的な「スキミング性」である。これから，$\sigma_1(\hat{h}^t, H)\geq\sigma_1(\hat{h}^t, L)$，つまり，$H$ タイプの方が L タイプよりも提案を受諾する確率が高いことが導かれる。$\sigma_1(\hat{h}^t, H)>\sigma_1(\hat{h}^t, L)$ であるときは，標準的な逆選択（adverse selection）効果が働き，買い手が提案を拒否した後の $q(t)$ を押し上げる力をもつことになる。もう一つの選抜効果は，正の選抜（positive selection）効果である。H タイプは，L タイプよりも相対的に，外部機会よりも現在の財を好むので，H タイプは L タイプよりも外部機会を選択しない。つまり，$\sigma_2(\hat{h}^t, H)\leq\sigma_2(\hat{h}^t, L)$ となる。$\sigma_2(\hat{h}^t, H)<\sigma_2(\hat{h}^t, L)$ であるならば，正の選抜効

果は $q(t)$ を押し下げることになる。

Hwang and Li（2017）は，均衡動学の具体的な分析に入る前に，均衡での利得について以下のような命題を提示している。

命題 4 （Hwang and Li（2017））. 私的な外部機会の場合には，$\Delta \to 1$ をとると，

1．売り手の利得の（最大）下界は $v_L - \dfrac{\mu}{\mu+r} w_l$ に収束し，

2．θ タイプの買い手の利得の（最小）上界は，$v_\theta - v_L + \dfrac{\mu}{\mu+r} w_L$ に収束する。

この命題 4 （Hwang and Li（2017））と命題 2 （Hwang and Li（2017））から，私的な外部機会の場合の任意の均衡において，買い手の利得は，公的な外部機会での均衡利得以下となり，売り手の利得については，私的な外部機会のときのものの方が公的な外部機会での均衡利得以上になることが分かる。

以下では，私的な外部機会のケースでの 2 つの均衡について，その構築と分析を行っていく。ただし，以下の均衡の分析にあたっては，厳密な証明を与えることはしない。基本的な均衡の構築の考え方は，次のようなものである。まず，外部機会も込みで，ある一定の水準以下の価格を売り手は提案しないことを示し，次に，L タイプでも受諾する最低価格，つまり，交渉が終了する価格，を求める。そこから，交渉終了期に，H タイプにとって受諾と拒否が無差別になるように，提案価格を決めて，そこから逐次的に提案価格を決めていく。同時に，信念の更新も，時間とは逆向きにさかのぼっていく。こうして，完全ベイジアン均衡点を構築していく。証明の中でカギとなるのが，H タイプが受諾と拒否が無差別になるように売り手が次の期につける価格と今期の価格を確率的に混ぜる，つまり，混合戦略をとらせる，式である。このような売り手の均衡戦略が混合戦略を含んだものになることは，タイプが離散である交渉モデルでの売り手の均衡戦略の特徴である。

(1)コース的均衡:まず,「コース的均衡(Coasian equilibrium)」から見ていくことにしよう。Hwang and Li (2017) は,「コース的均衡」の動学的な推移を次の 2 つのフェーズに区分している。

- フェーズ I:売り手は価格 $p(t)>v_H-w_H$ を提案する。H タイプの買い手は提案の受諾と拒否を戦略混合(randomization)する。さらに,どちらのタイプも外部機会が到達したら,外部機会を選択し,交渉から退出する。このフェーズ I での H タイプの無差別条件は,公的な外部機会のケースの(4)と同じものになる。
- フェーズ II:売り手は価格 $p(t)\leq v_H-w_H$ を提案する。H タイプの買い手は提案の受諾と拒否を戦略混合する。さらに,L タイプの買い手だけが外部機会が到達したら,外部機会を選択する。このフェーズ II での H タイプの無差別条件は,$v_H-p(t)=\delta(v_H-p(t+\Delta))$ で与えられる。

時間とともに,均衡提案価格 $p(t)$ は低下し,信念 $q(t)$ は増加する。さらに,交渉は,最終的には売り手によって $v_L-W_L^*$ が提案されて終わる。事前の信念(prior belief)に依存して,均衡行動はフェーズ I から始まったり,フェーズ II から始まったりする。フェーズ I から始まった場合,フェーズ I と II の両方が起こるが,フェーズ II から始まった場合,フェーズ II だけが起こる。

「コース的均衡」,つまり,コース的な動学をもつ完全ベイジアン均衡点,についての存在については次の命題が与えられている。

命題 5 (Hwang and Li (2017)). 任意の割引因子 $\delta<1$ に対して,$\lambda\in[0,\overline{\lambda}_\delta)$ となるすべての λ において「コース的均衡」を構成できるようなカットオフ水準 $\overline{\lambda}_\delta<1$ が存在する。さらに,$\lim_{\delta\to 1}\overline{\lambda}_\delta\in(0,1)$ となる。

この命題 5 は,基本設定で示した標準的な交渉モデルでは,コース推測をサポートする完全ベイジアン均衡点は存在するのに対して,この Hwang and

Li (2017) のモデルでは，λ，いわゆる，外部機会の到達確率，が高いと「コース的均衡」が存在しないかもしれないことを意味している。フェーズII においては，L タイプのみが外部機会が到達したら，外部機会を実行することに注意すると，売り手の信念の更新ルール(5)は，L タイプの買い手は確率 λ でゲームから退出し，H タイプの買い手は $\sigma_1(\hat{h}^t, H)$ の確率で価格 $p(t)$ を受諾するので，次のようなものになる。

$$\frac{q(t+\Delta)}{1-q(t+\Delta)}=\frac{q(t)}{1-q(t)}\frac{1-\lambda}{1-\sigma_1(\hat{h}^t, H)}.$$

期間 Δ が非常に短くとられる，つまり，$\Delta \to 0$ となる，ときには，δ は1に，λ はゼロに収束する。したがって，命題5（Hwang and Li (2017)）において，$\lim_{\delta\to1}\overline{\lambda}_\delta>0$ であることは，任意の到達率 μ のもとでコース的均衡が存在することを意味する。したがって，公的な外部機会のケースと同様に，極限 $\Delta \to 0$ でのコース推測に対応する結果が得られる。

命題6（Hwang and Li (2017)）. 任意の $\mu>0$ に対して，Δ が十分に小さいとき，「コース的均衡」が存在する。この「コース的均衡」において，$\Delta \to 0$ をとると，

1. 合意の遅れの時間は，ゼロに収束する。
2. 初期価格は，$\lim_{\Delta\to0}v_L-W_L^*=v_L-\dfrac{\mu}{\mu+r}w_L$ に収束する。
3. θ タイプの買い手はの利得は $v_\theta-v_L+\dfrac{\mu}{\mu+r}w_L$ に収束し，売り手の利得は $v_L-\dfrac{\mu}{\mu+r}w_L$ に収束する。

この命題については，合意の遅れの期待値と均衡利得について極限操作をとるだけなので，証明は省略する。

(2) 行き詰まり均衡：次に「行き詰まり均衡（deadlock equilibrium)」について見ていこう。まず，行き詰まり均衡の存在に関する命題は以下のよう

になる。

命題 7 (Hwang and Li (2017)). 任意の $\delta<1$ に対して，あるカットオフ $\underline{\lambda}_{\delta}<1$ が存在して，任意の $\lambda\in(\underline{\lambda}_{\delta}, 1]$ において「行き詰まり均衡 (*deadlock equilibrium*)」が存在する。さらに，$\lim_{\delta\to 1}\underline{\lambda}_{\delta}=0$ となる。

「行き詰まり均衡」においては，2つの信念の更新効果がちょうど相殺し合うような閾値の信念の値が存在する。この閾値の信念の値を「行き詰まり信念 (deadlock belief)」と呼ぶ。売り手の事前の信念が「行き詰まり信念」よりも低い場合には，売り手は高い価格を提案し，H タイプの買い手だけが合意するようなことが起こる。このフェーズでは，売り手の信念，つまり，ゲームに残っている売り手が L タイプであると考える確率，は，毎期増加する。そして，いったん事後の信念が「行き詰まり信念」の値に到達したら，行き詰まりのフェーズが始まる。この行き詰まりのフェーズでは，均衡経路上で，以後続く交渉ラウンドでの提案される価格，事後の信念は一定になり，また，売り手の信念の上での H タイプがゲームから退出する確率と L タイプがゲームから退出する確率は等しくなる。具体的には，行き詰まりフェーズでは，売り手は，高い価格 v_H-w_H と交渉終了価格である $v_L-W_L^*$ に確率分布を与えるような混合戦略をとり，もし，$v_L-W_L^*$ が提案されたら，どちらのタイプの売り手も提案価格を受諾し，交渉が終わる。一方，v_H-w_H が提案されたならば，H タイプの買い手は確率 λ で提案を受諾し，L タイプの買い手は提案を拒否するが，確率 λ で外部機会が到達するので，L タイプの買い手も確率 λ でゲームから退出することになる。つまり，(5)において，$\sigma_1(\hat{h}^t, H, x)=\lambda$ となるので，売り手の買い手のタイプについての信念が $q(t)=q(t+\Delta)$ で一定に留まることになる。

$\Delta\to 0$ をとったとき，外部機会の到達確率が十分高ければ，このような極限ケースでも「行き詰まり均衡」が存在することになり，合意の遅れの期待値や均衡利得について，次のような命題が得られる。

命題 8（Hwang and Li (2017)）. Δ を十分小さくとったときに，任意の $\mu \geq \mu^*$ に対して「行き詰まり均衡」が存在するようなある μ^* をとることができる。さらに，$\Delta \to 0$ をとると，「行き詰まり信念」は，$q^\dagger = \left[v_L - \frac{\mu}{\mu+r} w_L\right] \Big/ \left[\frac{\mu}{\mu+r}(v_H - w_H)\right] \in (0, 1)$ に収束する。さらに，任意の事前の信念 $q(0) < q^\dagger$ に対して，

1．合意の遅れの期待値は，

$$\frac{q(0)}{q^\dagger} \frac{1}{\mu + \dfrac{rw_H}{(v_H - w_H) - \left(v_L - \dfrac{\mu}{\mu+r} w_L\right)}} > 0$$

に収束する。

2．売り手の期待利得は，

$$\left(1 - \frac{q(0)}{q^\dagger}\right)(v_H - w_H) + \frac{q(0)}{q^\dagger}\left(v_L - \frac{\mu}{\mu+r} w_L\right)$$

に収束する

3．H タイプの買い手の期待利得は w_H に L タイプの買い手の期待利得は $\frac{\mu}{r+\mu} w_L$ に収束する。

命題 8 の 1 は，合意の遅れの（時間の）期待値が極限ケースでも 0 になるならない，厳密に 0 以上になる，ことを示しており，注目に値する。また，命題 8 の 2 と 3 は，極限ケースにおいて，H タイプの買い手にとっては「コース的均衡」よりも「行き詰まり均衡」の方が期待利得は低く，売り手にとっては「コース的均衡」よりも「行き詰まり均衡」の方が期待利得は高いことを示している。

$\mu \to \infty$ をとると，つまり，外部機会がほとんどすぐに到達するとすると，Hwang and Li (2017) の均衡結果は，確率 1 で外部機会を買い手が保持して

いる Board and Pycia（2014）に相当する結果に収束することになる。つまり，合意の遅れの期待値はゼロに収束し，θ タイプの買い手の利得は w_θ に収束する。さらに，買い手は独占者が需要曲線に直面する静学モデルの独占価格を提案することによって，大きな余剰を手にすることになる。

Hwang and Li（2017）は，公的な外部機会のケースと私的な外部機会のケースの均衡結果の比較も行っている。ここでは詳しくは紹介しないが，$\Delta \to 0$ とした極限ケースにおいて，買い手の均衡利得は，公的な外部機会のケースよりも私的な外部機会のケースの方が低くなり，さらには，売り手の均衡利得は，公的な外部機会のケースよりも私的な外部機会のケースの方が高くなる，という結果を示している。

おわりに

以上，売り手と買い手の財の売買交渉において，買い手の財の評価額が買い手の私的情報で，かつ，売り手のみが価格提案を行う不完備情報の交渉ゲームの基本モデルに，買い手の外部機会を追加した Kaya and Liu（2015），Board and Pycia（2014），Hwang and Li（2017）の 3 つの研究を紹介した。この紹介を通じて，不完備情報の交渉ゲーム理論の標準的な分析手法のほとんどが紹介できた。

最後に，買い手に外部機会が存在する不完備情報の交渉ゲーム理論の拡張の可能性について言及して，本紹介を終えることにしたい。拡張の 1 つの方向性は，売買交渉において，買い手の財の評価額が私的情報ではなく，売り手の財の品質が私的情報のケースを考察することである。このケースは，「レモン市場」とも呼ばれ，合意の遅れや取引の不成立といった非効率性との関係で多くの関心が寄せられている環境である。モデル自体も，本稿で見た私的情報が情報の所有者のみの評価額に影響を与える私的価値モデルとは異なり，財の品質の情報はすべての買い手の評価額に影響を与える相互依存

価値モデルになる。基本モデルは，Deneckere and Liang（2006）で考察され，また，Horner and Vieille（2009）が，売り手の財の品質が私的情報で，毎期，買い手がやってくる設定で，過去の買い手の価格提案の透明性が与える影響を考察している。現時点では，売り手の財の品質が私的情報のケースで，売り手の外部機会を考察する研究は，買い手の外部機会の研究に比べて，まだ不十分だと言える。ただし，売り手の財の品質が私的情報であるケースは，Deneckere and Liang（2006）の基本モデルですら，均衡の特徴づけや証明の手続きが煩雑であり，Hörner and Vieille（2009）の分析はかなり手の込んだ手続きが必要となっている。したがって，この方向性での拡張は，明確に論点をしぼったかたちで行わないと難しいと感じている。

もう一つの拡張の方向は，本稿で考察したモデルでは情報を持たない売り手が価格提案を行っていたが，私的情報をもつ買い手にも提案の機会を与えることである。ただし，このような拡張は，情報を持ったプレイヤーが，価格提案という実数空間で表されるかなりリッチな戦略集合をもつことになり，シグナリングの問題がより深刻になる。したがって，このような拡張を行う場合は，多数均衡と均衡の精緻化の問題をどう乗り越えるかが分析の鍵になると予想される。

本稿で紹介した研究とより密接な関連のある拡張は，買い手の外部機会自体がゲームのプレイヤーであり，何か行動をとったりするような戦略的要素を導入することである。近年の Chaves（2020）や Perlroth（2020）の研究は，この方向での拡張の試みと見なすことができる。私自身も，この第 3 の方向での拡張を今後考えてみたい。

参考文献

［1］ Ausubel, L. M., P. Cramton and R. J. Deneckere（2002）, “Bargaining with incomplete information,” in R. J. Aumann and S. Hart, ed., *Handbook of Game Theory with Economic Applications*, vol. 3, Amsterdam, North-Holland, pp. 1897–1946.

［２］ Berge, C.（1963）, *Topological Spaces: Including Treatment of Multi-Valued Function, Vector Spaces, and Convexity*, translated by E. M. Patterson, Dover Publications.

［３］ Board, S. and M. Pycia（2014）, "Outside options and the failure of the Coase conjecture," *American Economic Review* **104**(2), pp. 656–671.

［４］ Chaves, I. N.（2020）, "Privacy in bargaining: The case of endogenous entry," Working paper, Northwestern University.

［５］ Coase, R. H.（1972）, "Durability and monopoly," *Journal of Law and Economics* **15**, pp. 143–149.

［６］ Deneckere, R. J. and M.-Y. Liang（2006）, "Bargaining with interdependent values," *Econometrica* **74**, pp. 1309–1364.

［７］ Fuchs, W. and A. Skrzypacz（2019）, "Dynamic bargaining with private information," mimeo.

［８］ Fudenberg, D., D. K. Levine and J. Tirole（1985）, "Infinite horizon models of bargaining with onesided incomplete information," in A. E. Roth, ed., *Game Theoretic Models of Bargaining*, Cambridge, Cambridge U.P., pp. 73–98.

［９］ Gul. F., H. Sonnenschein and R. Wilson（1986）, "Foundations of dynamic monopoly and the Coase conjecture," *Journal of Economic Theory* **39**, pp. 155–190.

［10］ Hörner, J. and N. Vieille（2009）, "Public vs. private offers in the market for lemons," *Econometrica* **77**, pp. 29–69.

［11］ Hwang, I. and F. Li（2017）, "Transparency of outside options in bargaining," *Journal of Economic Theory* **167**, pp. 116–147.

［12］ Kaya, A. and Q. Liu（2015）, "Transparency and price formation," *Theoretical Economics* **10**, pp. 341–383.

［13］ Nava, P. and P. Schiraldi（2019）, "Differentiated durable goods monopoly: A robust Coase conjecture," *American Economic Review* **109**(5), pp. 1930–1968.

［14］ Myerson, R.（1981）, "Optimal auction design," *Mathematics of Operations Research* **6**, pp. 58–73.

［15］ Perlroth, A.（2020）, "Posturing in bargaining to influence outsiders," Working paper, Stanford GSB.

［16］ Rubinstein, A.（1982）, "Perfect equilibrium in a bargaining model," *Econometrica* **50**, pp. 97–109.