# 論文

# 7種23面の琵琶が有する振動音響特性 ーモビリティによる比較

田口友康<sup>a</sup>,藤内鶴了<sup>b</sup> <sup>a</sup>甲南大学理工学部名誉教授 兵庫県神戸市北区桂木2-16-1,651-1223 <sup>b</sup>琵琶演奏家 愛媛県松山市土居田町583-5,790-0056

(受理日 2021 年 5 月 11 日)

#### 概要

琵琶は我が国において過去千年余にわたり表現様式の分化・変容を遂げてきた琵琶音楽を支え る楽器であって、楽琵琶、平家琵琶などそれぞれの表現様式を表す名前(以下,琵琶の種類また は琵琶種と呼ぶ)で呼称される撥弦楽器の総称である。本論文はそれらの琵琶種に特有な音響的 特性を調べることを目的として,楽琵琶4面,薩摩琵琶8面,筑前五弦琵琶7面を含む7種23面 のモビリティを測定,分析した結果の報告である.(他の4種は平家琵琶,筑前盲僧琵琶,筑前四 弦琵琶,および外来の明清楽琵琶それぞれ1面である.)本論文におけるモビリティとは,弦無し 状態で弦の駒上の取付点へ与える加振力のフーリエ変換 Fと表板の任意の着目点における面外方 向の速度応答のフーリエ変換Gとの比 $\mathcal{H} = G / F$ と定義され、周波数を独立変数として複素数 値をとる変量である.この量を FRF と略記する.論文の内容は上記 23 面の琵琶試料のそれぞれ の表板に設定した複数の着目点での FRF の絶対値 |FRF| を集約した集成スペクトル包絡(A-包絡, A は aggregate の頭文字)を対周波数でグラフ化した図の提示とその分析である.まずこれらの図 により楽琵琶,薩摩琵琶,筑前五弦琵琶が持つ A-包絡の周波数特性が全体として相互に異なるこ とが観察された. つぎに A-包絡に関するスペクトル重心  $\bar{f}$  (1 次モーメント)と中心偏差 s (スペ クトル重心周りの2次モーメントの平方根)を求めて  $(\bar{f},s)$ を2次元座標面に散布図として表示 することにより、これら3種の琵琶が明瞭に3群に分離されることが示された。他の4種の琵琶 各1面の (*f*,s) は上記3群のいずれかと関係づけられた.最後に,以上の結果を総合して楽器の 構造上の差異,とくに覆手(一般名称の駒に相当する琵琶固有の音響部材)周りの構造とこれら 3群との関係を覆手に現れる固有振動モードの視点から考察した.

キーワード: 楽琵琶, 薩摩琵琶, 筑前琵琶, 周波数応答関数, スペクトル重心と中心偏差

## 1 はじめに

琵琶は撥を使って奏する我が国の撥弦楽器の一族であって,歴史的に8世紀の伝来とされる正倉 院所蔵の楽琵琶がよく知られている.また,6世紀には盲僧琵琶が伝来していたとの説もある(田邊 [1]).以来千年余にわたり盲僧琵琶,平家琵琶(13世紀ごろ),薩摩琵琶(16世紀ごろ),筑前琵琶 (19~20世紀)などの形態を取りながら多様な表現様式の琵琶音楽のための楽器として分化・変容し てきた.琵琶音楽の歴史に関する解説が吉川 [2] にある.琵琶音楽の体系的,俯瞰的な理解に役立つ 視聴覚資料として田邊 [3] および日本琵琶楽協会 [4] があげられよう.前者は日本および中国の各種 の琵琶音楽の演奏を,後者は日本の各種の琵琶音楽の演奏をそれぞれ解説書を付してCD音源として 体系的に収蔵している.永田ら [5] は日向の琵琶盲僧が伝える伝承文化をCD, DVDおよび写真集 で報告した.

著者の一人は自身が蒐集した多くの琵琶の本体および構成部材に関する形状,寸法,材質等の精査, 製作者に関する伝聞調査から撥弦音の分析までも含めた多面的な研究を行ってきた[6],[7]. 我々はそ れらを引き継ぐ形で発音体としての琵琶がどのような物理的な性質を有するのかという視点からさわ り音の音響分析[8],複数の琵琶の本体と主要部材の振動解析[9],および琵琶本体と主要部材の振動 モードと撥弦音の関係[10]を報告した.今回は上述の歴史的な分化・変容を経てきた琵琶楽器の琵琶 種の間にあると考えられる振動音響的特性の違いに注目した分析を行う.

分析に用いる物理量は特定の条件の下で観測されるモビリティ,すなわち弦無し状態で弦を駒に取付ける部位へ与える加振力のフーリエ変換 Fと楽器上の任意の部位における面外方向の速度応答のフーリエ変換 Gとの比  $\mathcal{H} = G / F$ と定義する.  $\mathcal{H}$  は線形応答解析理論で扱われる各種の周波数伝達 関数の中の一つであって,周波数を独立変数として複素数値をとる変量であることに注意する. 以下ではその周波数依存性を明示する目的で  $\mathcal{H}$  を FRF (Frequency Response Function の略語)と表記する. またその測定において加振力を与える部位を入力点,速度応答を得る部位を出力点と呼び,これらを総称して測定点と呼ぶ. 出力点を表板上の主たる振動が生じる部位に設定したときの FRF はその定義によって広く一般の弦楽器に対して演奏技法から独立した楽器自体の発音特性を記述する物理量と見なせる.

本論文の内容は、楽琵琶4面、薩摩琵琶8面(四弦四柱に限る)、筑前五弦琵琶7面、および平家 琵琶、筑前盲僧琵琶、筑前四弦琵琶、(外来の)明清楽琵琶それぞれ1面の合計7種23面の琵琶試料 の発音特性をFRFを用いて分析した結果の報告である.対象とする琵琶試料は著者の一人によって 蒐集された琵琶楽器のコレクションから選んだ.

測定データは 2005 ~ 2009 年に全 29 回の測定実験によって得たものである. 我々はこの期間にお ける一連の実験において,初期には少数の測定点を用いた FRF スペクトルによる楽器特性の把握およ び撥弦音との関係という点だけに注意を向けていたが,後に測定点数を多く取って振動モードの同定 まで行うように実験内容を変更した. 測定点数の多寡は得られる測定データの精度に関係するので, 分析ではこの要因を考慮した.

はじめに FRF の測定データをある種の集約化(集成と呼ぶ)と正規化を施したスペクトル包絡の 形に加工して図示した.つぎに、その加工後のスペクトル包絡に関する重心 $\bar{f}$ (1次モーメント)と 中心偏差s(重心周りの2次モーメントの平方根)を求めてこれを2次元平面上に表示することによ り23面の琵琶試料の相互関係を明らかにした.最後に、スペクトル包絡の共振特性と覆手周りの構 造との関係を弾性論的に検討して、 $\bar{f}$ が琵琶種に固有な覆手支柱の本数(0,1,2本)と密接に関わる ことを示した.

紙幅を節約するために,FRF 測定に関わる琵琶試料の部材の形状,FRF の測定法(原理,手順,使 用機材)などの説明は先の我々の紀要論文[10]に記したものを踏襲し,本報告では必要となる場所で 簡略な説明に行うことにとどめる.詳細は同文献を参照されたい.なお琵琶の**腹板**は一般名称の表板 (テーブル)に, **覆手**は駒(ブリッジ)に機能的にそれぞれ相当する.しかしながら覆手は一般的な 駒とは異なる特殊な形状(上部が腹板に平行で相対的に大きな庇状をなしている)を持ち,さらに琵 琶種によりその庇状の面と腹板の間に**覆手支柱**と呼ばれる支柱(1または2本)を有するものがある ことを記す.

## 2 琵琶試料

琵琶試料 23 面の種類等を一覧表として表 1 に記す<sup>1</sup>. これらの琵琶試料が有する弦の本数は筑前五 弦琵琶が 5, それ以外はすべて 4 である.この中で試料 16「鎮助」および 21「中型鎮助」はそれぞれ 先の我々の論文 [8], [10] が分析の対象にした試料である.

番号	種類	標号	測定点数	支柱
1	楽	桑	(2,7)	0
2	(同)	欅	(2,7)	0
3	(同)	桐	(25, 57)	0
4	(同)	謟	(25, 54)	0
5	平家	平家	(26, 55)	0
6	薩摩	錦海	(18, 47)	1
7	(同)	林月1	(2,7)	1
8	(同)	林月 2	(2,7)	1
9	(同)	林月 3	(2,7)	1
10	(同)	丸山1	(2,7)	1
11	(同)	丸山2	(2,7)	1
12	(同)	丸山3	(2,7)	1
13	13 (同) 石田		(2,7)	1
14	筑前盲僧	盲僧	(31, 37)	1(0)
15	筑前四弦	筑 4-2	(29, 37)	1(0)
16	筑前五弦	鎮助	(2,7)	2
17	(同)	泉	(2,7)	2
18	(同)	漆	(2,7)	2
19	(同)	筑 5-2	(32, 33)	2(0)
20	(同)	筑 5-3	(32, 33)	2(0)
21	(同)	中型鎮助	(26, 49)	2(0)
22	(同)	大弦	(22, 74)	2
23	明清楽	明清	(2,7)	1

表 1: 琵琶試料一覧

表中の番号は試料に付した固有番号,種類は琵琶種の名称(語尾につく琵琶の語を省略),標号は

1製作者,年代,大きさ,材料などを本文末の付表 I に記す

試料を簡易に識別するためにつけた便宜上の異名(材質,塗り,作者名等),測定点数は FRF 測定の ために覆手と表板に設定した測定点の個数 (*m*,*n*)(覆手上に *m*,腹板上に *n*),支柱は覆手支柱の本 数である.なおこの本数に(0)がついた琵琶試料は実験のためにその覆手支柱を取り外した測定(覆 手支柱無しの測定)を併せて行ったものである.

これらの琵琶試料が有する FRF 特性の比較・分析により得た楽器の共振特性に関して,個々の琵琶試料に固有な FRF 特性の発現の裏にある共通的な起源と考えられる要因を覆手と腹板の連成振動系の立場からとくに覆手支柱の本数に関係づけて考察する.その目的のために琵琶種という通常の分類とは別の視点から,覆手支柱の本数 0,1,2 に応じてこれらの琵琶試料を 0 型,1 型,2 型の連成振動系(または簡単に,連成系)と区別する.

## 3 測定点の配置とFRFの取得

測定点とは2章で説明した通り,琵琶試料上でインパクトハンマーにより加振力を与える部位(入 力点)またはその速度応答を取得するために加速度ピックアップを設置する部位(出力点)をいう. とくに入力点における速度応答を取得する場合に出力点を入力点に出来るだけ接近した部位に設定し て,両者を近似的にひとつの測定点と見なすことにする.さらに猪目近傍にそのような測定点を設定 する場合,近傍の語を省略して猪目の測定点と呼ぶ.表1において,測定点数(*m*,*n*)が(2,7)のも のを**粗設定**,それ以外を密設定と区別する.

粗設定および密設定の模式図を腹板の平面図の形で図1に示す.腹板はこの位置関係でほぼ左右対称な形になるので,この対称性の基準となる上下方向の仮想的な直線を(琵琶楽器の)対称軸と称する.測定点はこの対象軸に関して対称となる位置に設定した.

琵琶試料が対称軸に関して真に軸対称な楽器であるならば,一の糸猪目と四/五の猪目に関する FRF は完全に同一になるはずである.なお,本論文でいう四/五の糸猪目とは四弦琵琶に対して四の 糸猪目,五弦琵琶に対して五の糸猪目という意味である.

ここで真に軸対称であるとは,腹板の上部に取り付ける覆手および腹板の底部を構成する槽を含め 全体としてそれら部材の材料・形状がそれぞれに軸対称,かつすべての部材の取り付けが軸対称的で あるという意味である.しかし実在の琵琶試料では仮に軸対称性を目指すとしても,すくなくとも現 実の材料の非均質性は排除できないので軸対称性は程度の差こそあれ実現しない.一方で,四/五の 糸は一の糸より細い弦を用いた高音域の発音を担当するので,琵琶種により,あるいは特定の製作者 により楽器の発音特性の効果を考えた何らかの構造的な非対称性を意図した製作がなされる可能性も 考えられる.

**粗設定**.振動応答のスペクトル特性を得ることを目的として一連の測定実験の初期段階に実施された設定である.軸対称性の検証を行うために覆手上に一の糸猪目と四/五の糸猪目の2測定点を,また腹板上に縁を除く主要領域をなるべく均等に覆うように7測定点を設定した.本実験の琵琶試料では五の糸猪目は筑前五弦琵琶試料のみ,その他の琵琶試料は全て四の糸猪目である.

測定は roving accelerometer 方式(一つの測定点を入力点に固定してここに加振力を加え,複数の 測定点に一つの加速度ピックアップで順次取り付けて測定する方式)によった.図1左において,下 部に覆手上の設定(四弦琵琶の例),同上部に腹板上の設定の模式図を示す.これにより,2つの猪



図 1: 琵琶試料に設定する測定点の配置例. 左: 粗設定, 右: 密設定

目のそれぞれを入力点とする 9 本の FRF を得た. 琵琶試料 *i* 全体の集合を *S*, そのうち粗設定の琵琶 試料 *i* の集合を *S*<sub>C</sub>

 $S = \{1, \dots, 23\}, S_C = \{1, 2, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 16, 17, 18, 23\}$ 

と記す.

密設定.実験の初期段階を経験した後,振動応答のスペクトル特性および固有振動モードを得ることを目的として実施された設定である.固有振動モードを得るために覆手と腹板それぞれの縁(周囲)にも測定点を配して,全体的に粗設定より高い密度で測定点を設定した.測定は roving hammer 方式(一つの測定点を出力点に固定してここに加速度ピックアップを取り付け,複数の測定点をインパクトハンマで順次加振する方式)によった.図1右に試料21の例を示す.粗設定と同様に,下部が覆手上の設定,同上部が腹板上の設定である.この方法で猪目を出力点にして得る FRF は Maxwell の相反定理により当該猪目を入力点とする FRF に等しい.これにより一の糸猪目を入力点とする m+n本の FRF を得た.密設定の琵琶試料 i の集合を SD

$$S_D = \{3, 4, 5, 6, 14, 15, 19, 20, 21, 22\}, \ (S_D = S - S_C)$$

と記す.

因みに粗設定と密設定で腹板上の測定点数の比率は,密設定で縁に配置した測定点を除くとおよそ 1:4 となる.すなわち密設定で隣り合う測定点の間隔は粗設定の約 1/2 である.

密設定の測定データから得た固有振動モード解析に関しては, [10] に試料番号 21 の例を報告して おり他の琵琶種を含めた総合的な報告は別途に行う予定であるが,それらの結果として本論文が主題 とする FRF のスペクトル特性が覆手と腹板が構成する連成振動系における覆手周りの構造に依存す ることが判明している.4.6 節でその機構を考察する.

**粗相当設定**.密設定の琵琶試料  $i \in S_D$  の腹板上に設定されている n 個の測定点から,およそ粗設定の位置にある 7 測定点だけを特に粗相当設定の測定点とよぶ.これらの測定点は密設定による測定データの分析結果を仮に粗設定で測定した場合にどの程度変化(劣化)するかを検討するために使用する.粗相当測定点の集合は密設定測定点の集合の部分集合をなす.

**FRF 集合**. 1つの琵琶試料の1つの猪目に対して得られる *m* + *n* 本の FRF を要素とする集合をその琵琶試料のその猪目に関する FRF 集合と呼び,**F** と記す.

Fの要素のうち,猪目からその猪目自身へのFRFを駆動点FRF(driving-point FRF, d-FRFと略す), その猪目と異なる測定点へのFRFを伝達FRF(transfer FRF, t-FRFと略す)と呼ぶ. d-FRFは弦を 装着した状態の楽器の発音を扱う物理モデルにおいて弦-駒の接続条件を周波数領域で表現する役割 を担う. このことから, t-FRFを主題とする文脈において d-FRF をとくに随伴する d-FRFと呼ぶ.

図2は試料番号16「鎮助」の一の糸猪目に関する F から五の糸猪目への t-FRF を除いたすべての要素,すなわち腹板上の7測定点への t-FRF とそれに随伴する d-FRF の振幅(絶対値)を対周波数の グラフとして1つの座標面に重ね書きによって示した図である.グラフはそれらの二乗値を dB 尺度 (re. 0 dB = 1 m/s/N) により周波数 0 ~ 4000 Hz の範囲で表示している.



図 2: 試料番号 16「鎮助」一の糸猪目に関する |FRF| のグラフ. 五の糸猪目への t-FRF を除いた 7 本の t-FRF とそれに随伴する d-FRF を それぞれ絶対二乗値の dB 尺度で表示している.

## **4** FRF 集合の特徴抽出

#### **4.1** 集成 FRF スペクトル包絡

FRF 集合 F が有する振動音響的特性の主要部分は腹板への t-FRF の振幅(絶対値) |t-FRF| である と考えられる.その理由は,(i) それらの |t-FRF| の共振特性が撥弦音の音色のスペクトルの主要な構 造を表現すること,および(ii) 覆手は腹板より表面積が小さいので発音面からの音響輻射への寄与 が腹板より小さいことによる.

そこで**F**の要素を腹板へのt-FRFの限定した集合に関する次の**集成スペクトル包絡**を導入する.初めに記号的な準備として,t-FRFに周波数を表す変数をxをつけてt-FRF(x)と表し,琵琶試料iの1つの猪目jに関して,腹板上の1からnまでの番号が付けられたn個の測定点kへのt-FRF(x)をt-FRF<sub>iik</sub>(x)と記す.

**F**の部分集合 **F**<sub>H</sub>= {t-FRF<sub>*ijk*</sub>(*x*); k = 1, ..., n} に対して定まる関数  $\phi(x; \mathbf{F}_{H})$ :

$$\phi_{ij}(x; \mathbf{F}_{\mathrm{H}}) \stackrel{def}{=} \max_{1 \le k \le n} |\mathsf{t}\text{-}\mathsf{FRF}_{ijk}(x)|$$

を当該猪目に関する  $\mathbf{F}_{\mathrm{H}}$  の集成 FRF スペクトル包絡 (aggregate FRF spectral envelope, 略して A-FRF spectral envelope) と呼ぶ. 定義から  $\phi_{ij}(x; \mathbf{F}_{\mathrm{H}}) \ge 0$  である. ( $\mathbf{F}_{\mathrm{H}}$  の添え字 H は腹板の意.)

ここで,離散フーリェ変換によって得る FRF は離散周波数点に対して定義されるのであるが,数 学的な取り扱いを容易にするために階段関数などの補間によりその定義域を実軸上(のある区間)に 拡張して,実変数の関数と見なすことにする.

 $\phi_{ij}(x; \mathbf{F}_{\mathrm{H}})$ の対周波数特性を問題とするときは予め何らかの正規化を施すのがよい.その際 $\phi_{ij}(x; \mathbf{F}_{\mathrm{H}})$ の実データにおいて 0 Hz を含む低周波帯域にしばしば出現する高レベルのスペクトル成分は我々の分析に不要なので、そのような帯域を除外した帯域で正規化を考えることが適当である.

そこで,不要と見なす低周波帯域を除外した帯域をBとして,Bにおける $\phi_{ij}(x; \mathbf{F}_{\mathrm{H}})$ の最大値

$$\ell_{ij}(\mathbf{F}_{\mathrm{H}}) \stackrel{def}{=} \max_{x \in B} \phi_{ij}(x; \mathbf{F}_{\mathrm{H}}) \tag{1}$$

によって正規化した

$$\Phi_{ij}(x; \mathbf{F}_{\mathrm{H}}) \stackrel{def}{=} \phi_{ij}(x; \mathbf{F}_{\mathrm{H}}) / \ell_{ij}(\mathbf{F}_{\mathrm{H}})$$
(2)

を導入し,

 $\ell_{ii}(\mathbf{F}_{\mathrm{H}})$ を集成 FRF 最大レベル,略して最大レベル(単位 m/s/N)

 $\Phi_{ij}(x; \mathbf{F}_{\mathrm{H}})$ を正規化集成 FRF スペクトル包絡,略して正規化 A-包絡(単位 無次元)

と呼ぶ.  $\ell_{ij}(\mathbf{F}_{H}) = 0$ のケースは $\phi_{ij}$ を分析する意味が無いので当然除外する.

以下では記号の簡単化のために、 $\mathbf{F}_{\mathrm{H}}$ が*i*と*j*の組に付随して確定していることを前提にして省略 を可とする.また周波数を表す独立変数を明示する必要がない場合も同様に省略する.この記法に従 うと、例えば $\phi_{ij}$ と { $\ell_{ij}, \Phi_{ij}$ }の関係は

$$\phi_{ij}(x) = \ell_{ij} \Phi_{ij}(x) \tag{3}$$

である.  $\ell_{ij}$  は単位 m/s/N をもつ正の実定数,  $\Phi_{ij}$  は周波数 x を独立変数とする無次元の非負実関数であって

$$\Phi_{ij}(x) \le 1 \; (\forall x \in B)$$
 かつ  $\Phi_{ij}(x') = 1 \; (\exists x' \in B)$ 

を満たすことを確認しておく.

Bの決め方は扱う問題に依存する.本論文では B = [200, 4000]を採用した.その理由は対象とする 23 面の琵琶試料の集成 FRF スペクトル包絡  $\phi_{ij}$  のレベルが低周波帯域で低下する共通的な "谷底の" 周波数がおよそ 200 Hz であること,一方高域側では測定の実質的な上限が 4000 Hz と見られることによる.琵琶試料によっては 200 Hz 以下にも固有振動モードが現れるものあるが,その場合でも実際に 200 Hz 以下に調弦される開放弦の撥弦音が含む基音,第2倍音などの部分音は極めて低い相対レベルでしか検出されないことも帯域 B の下限をこのように設定したもう一つ理由である.

ーの糸猪目 (j = 1)を入力点とする琵琶試料 23 面i ( $i \in S$ )の正規化 A-包絡  $\Phi_{i,1}$ を本文末の付図 I にラベル H で示した太実線により二乗値の dB 尺度で示した.併せて,随伴する d-FRF<sub>i,1</sub>の絶対値を  $\ell_{i,1}$  で正規化した

$$\Psi_{i,1}(x) \stackrel{def}{=} |\mathrm{d}\text{-FRF}_{i,1}(x)| / \ell_{i,1} \tag{4}$$

をラベル I で示した細実線で同じ尺度により同一座標面に重ね描きで示した.最大レベル *l*<sub>*i*,1</sub> の値は 各グラフの説明文に二乗値の dB 尺度で記している.

同図から、 $\Phi_{i,1}$ の卓越するスペクトル成分が現れる周波数帯域が琵琶種によって違いがあることが見て取れる.また $\ell_{i,1}$ の値にも琵琶種による違いの傾向が見られる.しかしながら、一般的に $\Phi_{ij}$ が示すグラフ的な特徴の相違を簡潔かつ定量的に表わすことは極めて困難である.そこで、 $\Phi_{ij}$ の特徴量として以下にスペクトル重心と中心偏差を導入する.

#### 4.2 正規化 A-包絡のスペクトル重心と中心偏差

正規化 A-包絡  $\Phi_{ij}(x)$  の特徴を表わす量としてスペクトル重心  $\bar{f}_{ij}$  (spectral center of gravity) と中 心偏差  $s_{ij}$  (2 次中心モーメントの平方根, central deviation or squre root of central moment of second order) を次により導入する.

任意の正規化 A-包絡  $\Phi(x)$  についてスペクトル重心  $\overline{f}$  と中心偏差 s

$$\bar{f} = \int_{B} x \Phi(x) dx / \int_{B} \Phi(x) dx$$
(5)

$$s = \left( \int_B (x - \bar{f})^2 \Phi(x) dx / \int_B \Phi(x) dx \right)^{1/2} \tag{6}$$

を定義する.また  $\bar{f}$  と s によって定まる 2 次元座標平面上の点を  $P = (\bar{f}, s)$  で表す.ここで,琵琶 試料 i の猪目 j に関する  $\Phi_{ij}(x)$  を式 (5),(6) の  $\Phi$  に代入して定まる  $\bar{f}, s$  をそれぞれ  $\bar{f}_{ij}, s_{ij}$  とする. また  $(\bar{f}, s)$  を  $P_{ij} = (\bar{f}_{ij}, s_{ij})$  と記す.そして琵琶試料 i の猪目 j の測定データから導出される  $\bar{f}_{ij}, s_{ij}, \ell_{ij}$ ,  $\ell_{ij}, P_{ij}$  および後出の  $Q_{ij} = (\bar{f}_{ij}, \ell_{ij})$  をそれぞれ  $\bar{f}, s, \ell, P, Q$ の試料値と呼ぶ. 注意.スペクトル重心および中心偏差の数学的な定義は確率・統計で慣用される平均 mean および 標準偏差 standard deviation に相当する量である.しかし FRF は確率密度関数ではないので,確率変 量の分析との混同を避けるために 1 次モーメント moment of first order, or mean の別称としてスペク トル重心 spectral center of gravity, or spectral centroid, および中心 2 次モーメント central moment of second order, or moment of second order about the mean の平方根に対する我々の省略名称として中心 偏差 central deviation の語を用いた.

以下, 4.3, 4.4 節で一の糸猪目の測定データの分析を行い, 4.5 節で四/五の糸猪目の場合を扱う.

## **4.3** (*f*, *s*) による琵琶試料の比較

一般に腹板の振動モード形状は高い固有周波数のものほど短い節線線分で区切られたより多くの小 区画域の集合体という形状をとる.従ってスペクトル包絡をより高い周波数帯域まで正しく同定する ためには、それらの多くの小領域の振動を捕捉するためにより多くの測定点を設定する必要がある. 測定点数を多くするほどより高い周波数帯域の振動成分を捕捉できるので、測定データから求まるス ペクトル重心が上がるであろうと考えられる.しかし相対的に大きな区画域で低い固有周波数をもつ 振動モードに対しても測定点数を増やすことによってそのモード形状の極大点により近い測定点での 測定が可能になるであろうから、結局測定点を増加させたときそれによって決まる正規化 A-包絡の スペクトル重心が一概に上昇するとも言えない.

いずれにても,密設定と粗設定が混在する 23 面の琵琶試料の  $P_{ij} = (\bar{f}_{ij}, s_{ij})$ を単純に比較することは公平ではない.そこで密/粗設定の違いがどのような効果を及ぼすかを密設定の全 10 面の琵琶試料に対して定義された粗相当測定点を用いて調べる.

粗相当設定において,その7本のt-FRF<sub>*ijk*</sub>を要素とする集合を**F**<sup>\*</sup><sub>H</sub>とする.**F**<sup>\*</sup><sub>H</sub>は**F**<sub>H</sub>の部分集合で あることに注意し,式(1),(2)で**F**<sub>H</sub>を**F**<sup>\*</sup><sub>H</sub>で置き換えたときの $\phi_{ij}$ ,  $\ell_{ij}$ ,  $\Phi_{ij}$  をそれぞれ  $\phi_{ij}^*$ ,  $\ell_{ij}^*$ ,  $\Phi_{ij}^*$ と表記する.

式 (5), (6) において  $\Phi \& \Phi^*$  に置き換えたときの  $\bar{f}$ , s & Zそれぞれ  $\bar{f}^*$ ,  $s^* \& Z$ 表記する.  $P_{i,1}^* = (\bar{f}_{i,1}^*, s_{i,1}^*)$ とおき, 試料値  $P_{i,1}^*$  から試料値  $P_{i,1} \land O$ 差分  $E_{i,1} = P_{i,1} - P_{i,1}^* \& Z$ える.  $E_{i,1}$  の第1成分 (スペクト ル重心の差分)  $e_{\bar{f}_{i,1}}$  および第2成分 (中心偏差の差分)  $e_{si,1}$  がそれぞれ正規分布に従うランダムな 変量であると仮定して,その母平均  $\mu_{\bar{f}}$  および  $\mu_s$ の信頼区間を t-分布により推定する. ここに推定に は信頼度 95 %を採用する. 標本数はいずれも 10 であるから自由度は 9,また p = 0.05に対する t-分 布の両側境界値は 2.262 である. 付表 II のデータを用いて

8.8 ≤ μ<sub>f</sub> ≤ 90.1(自由度 9, 標本平均 49.460, 標本標準偏差 53.872 より)

11.7 ≤ µ<sub>s</sub> ≤ 20.7(自由度 9, 標本平均 4.470, 標本標準偏差 21.534 より)

となる.すなわち,密設定で求まるスペクトル重心の周波数は粗相当設定に比べて,統計的に上記第 1式が示す程度上昇すること,同様に中心偏差は第2式が示す程度増大すること示している.これを 逆に言いば,粗相当設定による測定値は密設定よりそれぞれ同程度の値の低下を来たすということで ある.

以上の結果を念頭に置いた上で,23面全ての琵琶試料について腹板の測定点数を7に統一した場合のP,すなわち粗設定の琵琶試料 $i \in S_C$ については試料値 $P_{i,1}$ をそのまま,密設定の琵琶試料 $i \in S_D$ については $P_{i,1}$ を粗設定相当の試料値 $P_{i,1}^*$ に置き換えて,横軸を $\overline{f}$ ,縦軸をsとする2次元座標平面に表示すると,図3の散布図が得られた.



図 3: 琵琶試料 23 面,一の糸猪目に関する P および P\* の 2 次元散布図

図3をスペクトル重心 $\bar{f}$ の視点から観察すると、筑前五弦のグループ(記号**5**)は、最も低い $\bar{f}$ を 持つ試料番号22「大弦」( $\bar{f}_{22,1} = 1125.0$  Hz,これは特別に大型の琵琶)の1試料を除けば3琵琶種 の中で最も高い $\bar{f}$ のグループを構成し、薩摩Sと楽Gの $\bar{f}$ はグループとしてこの順に低下する.た だしSとGのグループは幾分重なり合っている。その他の4琵琶種はいずれも1試料であるので琵 琶種としての傾向を判断することは出来ないが、それぞれ1試料として明清楽Qは薩摩Sのグルー プに属し、筑前四弦4、筑前盲僧M、平家Hはいずれも楽Gのグループに属していることが見られ る.一方、中心偏差*s*に関しては楽G、薩摩S、筑前五弦5の間に顕著な違いが無いように見える.

そこで,分散分析により楽G,薩摩S,筑前五弦5(試料番号22を除く)の3琵琶種間でスペクト ル重心の平均の差に関する検定を行う.帰無仮説を

H<sub>0</sub>:3 琵琶種のスペクトル重心の母平均の値は等しい

とする. 付表 III-1 に示す一元配置分散分析表から,計算された分散比(グループ間分散/グループ内 分散) = 35.655 に対して F 値は 3.682(有意水準 p = 5%)であって帰無仮説は**棄却される.** p = 1% としても F 値は 6.359 であって帰無仮説は棄却される.

次に、中心偏差の母平均の差について帰無仮説を

H<sub>0</sub>:3 琵琶種の中心偏差の母平均の値は等しい

とする. 付表 III-2 により, 計算された分散比(グループ間分散/グループ内分散) = 0.111 に対して F 値は 3.682(有意水準 p = 5%)であって帰無仮説は**棄却されない.** p = 1%としても F 値は 6.359 であって帰無仮説は棄却されない.

上記3琵琶種の試料値について,琵琶種別のスペクトル重心,中心偏差,最大レベルそれぞれの平均と標準偏差を表2にまとめて示す.同表の各欄の数値は平均と標準偏差(括弧内)を表す.

表 2: 琵琶種別の試料値の平均と標準偏差

楽器種	スペクトル重心	中心偏差	最大レベル
<b>G</b> (4)	1307.7 (225.3)	925.6 (61.5)	-8.3(3.1)
<b>S</b> (8)	1654.4 (102.7)	921.4 (45.5)	-10.7(3.2)
<b>5</b> (6)	2118.0 (157.2)	909.8 (68.5)	-25.7(8.8)

楽器種の後の括弧内数値は試料数,5は試料番号22を除外した試料数. スペクトル重心と中心偏差の単位は Hz,最大レベルの単位は dB である.各欄の数値は平均(標準偏差)を示す.

## **4.4** (*f*, *l*) による琵琶試料の比較

最大レベル $\ell$ の試料値比較をする前に,琵琶試料 $i \in S_D$ のデータを使って密設定と粗相当設定の 測定点数による違いを調べる.  $\mathbf{F}_{\mathbf{H}}^*$ は $\mathbf{F}_{\mathbf{H}}$ の部分集合だから,つねに

 $\ell_{i,1}^* \le \ell_{i,1}$ 

が成り立つことに注意する. 付表 II の数値から  $e_{\ell i,1} = \ell_{i,1} - \ell_{i,1}^*$   $(i \in S_D)$  の平均は 0.95 dB, 標準偏差は 1.67 dB となる.

以上の結果を念頭に置いて,23 面全ての琵琶試料について腹板の測定点数を7に統一した場合の最 大レベルの試料値を $Q = (\bar{f}, \ell)$ の散布図によって概観する.図3と同様に,粗設定の琵琶試料 $i \in S_C$ については試料値 $Q_{i,1} = (\bar{f}_{i,1}, \ell_{i,1})$ を,密設定の琵琶試料 $i \in S_D$ については $\ell_{i,1}$ を粗相当設定の $\ell_{i,1}^*$ に置き換えた試料値 $Q_{i,1}^* = (\bar{f}_{i,1}, \ell_{i,1}^*)$ を,横軸を $\bar{f}$ ,縦軸を $\ell$ とする2次元座標平面に表示すると図4 が得られた.



図 4: 琵琶試料 23 面,一の糸猪目に関する (*f*, *l*) の 2 次元散布図

図4から, ℓの分布の様相は楽Gと薩摩Sにほとんど差が無く, 筑前五弦5は前2者よりマイナスの側に分布していることが見て取れる. その他の4琵琶種はいずれも1試料であるので琵琶種として

の傾向を判断することは出来ないが,筑前四弦4と明清楽Qは楽G・薩摩Sグループの最大側に,筑 前盲僧Mと平家Hは楽G・薩摩Sグループの最小側と筑前五弦5グループの最大側の境目辺りに位 置している.

そこで,分散分析により楽G,薩摩S,筑前五弦5(試料番号22を除く)の3琵琶種間で最大レベ ルℓの母平均の差の統計的検定を行う.ただしここでは2つグループの組合せG対S,S対5,G対5 のそれぞれについて帰無仮説

*H*<sub>0</sub>:2 琵琶種の最大レベルの母平均の値は等しい を立てる.

有意水準 p = 5 %のとき、付表 IV に示した一元配置分散分析表から

**G**対**S**: IV-1 から,計算された分散比(グループ間分散/グループ内分散) = 1.5876 に対して F 値は 4.9646 であって,帰無仮説は**棄却されない**.

S対5: IV-2から,計算された分散比(グループ間分散/グループ内分散) = 19.8883 に対してF値は4.7423 であって,帰無仮説は棄却される.

G対 5: IV-3 から,計算された分散比(グループ間分散/グループ内分散) = 13.7899 に対して F 値は 5.3766 であって,帰無仮説は棄却される.

上記3琵琶種(粗設定および粗相当設定)それぞれの試料値の最大レベルの平均と標準偏差を4.3節の表2に示した. 筑前五弦5グループの最大レベルは楽Gおよび薩摩Sのグループに較べて試料値の平均がおよそ15dB低い. ただしその内訳は試料値が-20dB前後のものと-37dB前後のものの2組に分離している点が目立つ.

### 4.5 一の糸猪目と四/五の糸猪目

粗設定の琵琶試料  $i \in S_C$  では四/五の糸猪目を入力点とする FRF 測定値を得ている. この節では 3 章で言及した軸対称性が具体的な琵琶試料においてどの程度 "真の軸対称"から乖離しているかを FRF 分析の視点から観察する. なお同項に記した通り,ここにいう四/五の糸猪目とは四弦琵琶では 四の糸猪目 (j = 4),五弦琵琶では五の糸 (j = 5) を意味する. 琵琶試料 i に対して j が4 または5 を 取ることを毎回述べることは煩雑なので,以下ではこの目的で使われる添え字 jの具体値を J と表示 する便法を採用する. すなわち, J は琵琶試料 i に依存して4 または5 をとるものとする.

付図 II に粗設定の琵琶試料  $i \ge 13$  面の正規化 A-包絡  $\Phi_{i,J}$  のグラフを二乗値の dB 尺度で太実線 H(4) または H(5) により示す.比較のために同一琵琶試料の  $\Phi_{i,1}$  のグラフを細実線 H(1) により重 ね描きで示す.

どの琵琶試料においても  $\Phi_{i,J}$  それぞれの特徴的な共振特性の概形は一見  $\Phi_{i,1}$  によく似ている.すなわち,感覚的な表現ではあるが軸対称からの著しい逸脱はないといえよう.しかしながら,周波数帯域別により詳しく観察すると琵琶試料ごとに特徴的な違いが見られる.すなわち  $\Phi_{i,J}$  は  $\Phi_{i,1}$  に比べて,

1「桑」は3kHz以上で10dB程度高い,

7「林月1」, 8「林月2」, 9「林月3」は2kHz以上で最大5dB程度の変動幅で低い,

10「丸山1」, 11「丸山2」, 12「丸山3」は1 kHz 以上で最大 10 dB 程度の変動幅で高い,

18「漆」は2kHz以上で変動的に高くなり始め、3kHz帯域では変動幅が約20dBになる.

ここで前節までの手法に倣い、一の糸猪目と四/五の糸猪目の特徴量の差

スペクトル重心の差を $\Delta \bar{f}_{i,J} = \bar{f}_{i,J} - \bar{f}_{i,1},$ 

中心偏差の差を $\Delta s_{i,J} = s_{i,J} - s_{i,1},$ 

最大レベルの差を  $\Delta \ell_{i,J} = \ell_{i,J} - \ell_{i,1}$ 

を散布図により観察しよう.これらの試料値は付表 V に示す通りであるので,  $(\Delta f_{i,J}, \Delta s_{i,J})$  および  $(\Delta f_{i,J}, \Delta \ell_{i,J})$  の散布図は図 5 のようになる.琵琶種の記号で表した各試料値に小文字で試料番号を 付して参照の便宜に供している.



図 5:  $(\Delta \bar{f}, \Delta s)$  および  $(\Delta \bar{f}, \Delta \ell)$  の散布図

図 5 から、 $\Delta \bar{f}$  はおよそ ±200 Hz の範囲、 $\Delta s$  はおよそ ±100 Hz の範囲、 $\Delta \ell$  はおよそ ±4 dB の範囲 の範囲にある.以下に個別の琵琶試料について一の糸猪目の試料値からの偏差量(以下、差分という)の正負のみに注目して述べる.

スペクトル重心の差分に関して,楽Gでは試料番号1,2ともに正値をとる. 薩摩Sでは試料番号10,11,12が正値を,試料番号7,8,9,13が負値をとる. 筑前五弦Sでは試料番号18が正値を,試料番号16,17が負値をとる. 明清楽Qの試料番号23はほぼ0である.

中心偏差の差分に関して,楽Gでは試料番号1,2ともに正値をとる.薩摩Sでは試料番号8,11が 正値を,試料番号7,9,10,12,13が負値をとる.筑前五弦5では試料番号16,17,18がともに負値をと る.明清楽Qの試料番号23は正値をとる.

最大レベルの差分に関して,楽Gでは試料番号1,2ともに負値をとる. 薩摩Sでは試料番号8,13 が正値を,試料番号7,9がほぼ0を,試料番号10,11,12が負値をとる. 明清楽Qの試料番号23は 負値をとる.

試料数が少ないので琵琶種ごとの特性などについて詳しい分析は出来ないが,次の2点

(1) 試料全体の性質として、 $\Delta \bar{f}$  と  $\Delta \ell$  の間に見られる相関関係

(2) 個別的に,同一製作者の琵琶試料に見られる共通的な特性

に注目する.

(1) に関して,付表 V から相関係数 –0.799 (*R*<sup>2</sup> = 0.533)であった.(2) に関して,薩摩 S の試料番号 10,11,12 の 3 試料はスペクトル重心,中心偏差,最大レベル 3 種類の差分いずれにおいても 散布図上で近接したグループを形成している.また同じく薩摩 S の試料番号 7,8,9 の 3 試料はスペク

トル重心の差分において近接したグループを形成し、そのうち試料番号8を除く試料番号7,9の2試 料では中心偏差および最大レベルの差分においても近接したグループを形成している.因みに試料番 号10,11,12の製作者は丸山友次郎,試料番号7,8,9の製作者は林宇助である.

#### 集成スペクトル包絡 $\phi_{ij}(x)$ の共振特性の起源 4.6

この節では、集成スペクトル包絡  $\phi_{ii}(x)$ の周波数軸方向への起伏の全体的な様相が覆手まわりの 構造に起因することを2型連成系である琵琶試料21「中型鎮助」(図6[P])の分析例により示し、そ の後1型および0型の連成系の場合の概要を述べる.

#### 4.6.1 琵琶試料 21 を用いた分析

琵琶試料 21 から覆手支柱 2 本を取り外して仕立てた 0型連成系を用意して、0型と2型の振動モードを比較 する. ただしこの0型試料は本来の0型でないので, 括 弧つきの (0) を用いて (0) 型と表記する.その琵琶試料 を図6[N]に示す.このモード解析には密設定の測定点 で一の糸猪目を入力点とする FRF を使う.



[P] props

図6に見られるように, 覆手本体は腹板に直立する主 柱とその上部から片持ち梁のように腹板に平行に伸びる

庇面からなる. この主柱をここでは覆手支柱との混同を避けるため**主柱ブロック**と呼ぶ. 説明に用い る座標系は図1に定義した xyz 座標系である.

[準備1. 覆手単体の振動] 単独部材としての覆手の振動モード.

琵琶試料 21 から取り外した覆手に関して図7に示す2種類のモード形状が同定された.その形状 からモード周波数が 1436 Hz のものを捻れモード, 3182 Hz のものを羽搏きモードと呼び. 両者を総 称して単体モードと呼ぶ.





図 6: 琵琶試料 21 覆手周りの構造. [P] は本 来の2型, [N]は(0)型の連成系.

注意1. この他に40Hz 近傍に底面を恰も指先の関節を曲げて物を半掴みするような形状のモード,および(0)型と2型どちらの連成振動系においても数カ所の共振周波数でx方向に底面がより一様かつ全体がより 滑らかに変形する(この半掴みモードに似た)いくつかの変種が出現する.後者を覆手単体のモード形状 と呼んでよいのか疑問ではがあるが,前者の半掴みモードを含めてこれらを手招き形モードと呼んでおく. 手招き形モードは一般に主要なモード形状を修飾するする働きをすると考えられる.ただし以下では議論 を単純化するために手招き形モードには言及しない.

注意2. 下に説明する連成系においては,覆手の形状にそれぞれ覆手単体の捩れと羽搏きのモード形状に類 似の形状をもつ振動モードが出現する.それらのモード周波数は覆手単体のものとは当然異なるが,発現 する覆手部分の形状も覆手単体とは異なるので,正確にはそれぞれ「単体の捻れモード形状に似たモード 形状」,「単体の羽搏きモード形状に似たモード形状」というべきである.これらのモード形状は単体モード 形状からの一種の摂動と理解される.連成系で現れるこれらのモードを近似的に捩れモード,羽搏きモード と呼ぶ.

[準備2.低周波帯域における連成系の挙動] 覆手の剛体モード.

覆手と腹板の連成系において覆手を剛体と仮定する. 覆手支柱がない0型または(0)型では,主柱 ブロックの下面が腹板に拘束されることにより覆手の運動はz方向の往復直進運動, x 軸回りと y 軸 回りの往復回転運動の合計3自由度の組み合せとして実現すると考えられる. ただし往復回転運動で は回転軸が座標軸に平行な任意の直線の場合を含める. これらの往復運動で生じる連成系の振動モー ドを, 覆手の部分に注目してこの順に**昇降モード**,お辞儀モード,側動モードと呼ぶ. 船舶の動揺を表 す語でいえば,船体を腹板の対称軸 y 軸方向に向けたときの heave, pitch, roll である.

3自由度の組み合せとは、例えば腹板に生じる振動モードの節線の一部が主柱ブロックに平行(*x*軸 方向)に走る場合、それが主柱ブロックの直下ならば*x*軸回りの回転運動のみの1自由度、主柱ブ ロック直下から離れれば昇降運動が加わるので2自由度、さらにその節線が主柱ブロックと交差する 方向ならば3自由度の運動となる.3自由度の組み合わせとして出現する任意の振動モードを覆手の **剛体モード**と呼ぶ.覆手が弾性的な現実の連成系では相対的に低い周波数帯で剛体モードが出現する.

[準備3. 覆手支柱による連成効果の増強と抑制] 覆手周りの運動の質的変化と共振周波数の上昇.

覆手支柱は覆手の庇面との接合部を直下の腹板部分に直結するので,覆手本体と腹板との結合をよ り強める.結果として(0)型連成系と比較して,1型,2型連成系のいずれに対しても覆手周りの運 動をより安定化することによってより典型的な剛体モード形状を(多分より多く)発現させるととも に、とくに注意2に記した意味での捩れと羽搏きモード周波数を高めると考えられる.しかしながら, これらのモードに対する効果は1型と2型では異なる.すなわち,1型は捩れモードを安定・強化し 羽搏きモードを抑制するが,2型は捩れモードと羽搏きモードの両方を安定・強化する.また1型と 2型で捩れモードのモード周波数が(0)型のそれに比べて高まる程度は2型の方が有意に大きい.そ の理由は覆手支柱の本数と庇面に接合される部位から明白である.

以上の準備のもとに, 琵琶試料 21 に関する (0) 型連成系 [N] と 2 型連成系 [P] 両者の正規化 A-包 絡と主要な振動モードの形状名を図 8 に示してそれらの特徴と差異を分析する.

ここにいうモード形状とは、とくに断らないかぎり上記 [準備 1, 2] に述べた覆手部分のモード 形状をいう. [P] の正規化 A-包絡グラフは付図 I の図版 21 の再掲である. モード形状についてはそれ ぞれの共振点で観察される優勢なモード形状の組み合わせをプラス記号(+)を用いて列挙した. 相対 的に劣勢に見えるが無視できない程度の場合には(劣)をつけて記載した. また手招き形モードは省 略している.



```
(スペクトル重心 1951.2 Hz, 中心偏差 975.9, 最大レベル -19.80 dB)
```

#### [P] 2型連成系



図8の[N]と[P]には各種のモードの現れ方に共通する部分と相違する部分があることが分かる. これらは出現する周波数の低い側から表3のように現れる.ただしそれらの周波数帯域はいずれも概 略値である.表中にある「強い」「弱い」などの形容詞はそれらのスペクトルピーク値(dB)の相対 的な大きさを表す.

表 3: 各種のモード形状が出現する周波数帯域の区分

剛体域	1kHz 以下: [N], [P] ともに強い剛体モード. P2 は [N] に現れない側動モード
遷移域	1~2 kHz: [N] は強い捩れモード,[P] は側動と捩れのやや強い合成モード
捩れ域	2~3 kHz: [P] は強い捻れモード
羽搏き域	3~4 kHz: [P] はやや強い羽搏きモード

剛体域は剛体モードが支配的な帯域,遷移域は剛体と主に捩れとの合成モードが出現する帯域,捩 れ域は捩れモードが支配的な帯域,羽搏き域は羽搏きモードが支配的な帯域である.

ここで [N] と [P] の遷移域以上での違いをやや詳しく観察する. [N] で優勢に現れるモードは捩れ

のN4とN5だけである.これに対して.[P]では捩れモードがP7とP8に,羽搏きモードがP9にいずれも優勢に現れている.これらのモード周波数,とくに捩れモードのモード周波数が覆手単体のもの較べて著しく高い理由は [準備3]に述べた通りである.そのほかに [P]にはP7とP8よりやや弱い P5, P6も捩れモードの共振であるが,いずれもP7, P8の共振周波数より1kHz 程度低い周波数帯にある.これらはその周波数帯域における腹板の振動が励起した強制振動的な振動として現れたと解釈される.

表3の帯域区分は琵琶試料21の事例に即してなされたものであるが,弾性論的には,この試料に 類似の琵琶試料に対して,すなわち腹板,覆手,槽などの主要部材の形状と材質,および覆手の取付 位置が一定の共通的な条件の範囲内にあれが成り立つと考えられる.ただし各帯域の周波数軸上の位 置と帯域幅は琵琶試料ごとに異なり得る.

[仮想の1型連成系] 琵琶試料 21 を仮想的に覆手1本に改変したモデル.

[N]対[P]の分析結果と[準備3]の事前考察を用いて,[N]に仮想的に1本の覆手支柱を加え実在の1型連成系に似せた仮想-1型連成系の振動モードの発現状況を以下に推察する.1本の覆手支柱は(0)型に比べて,とくに捩れ振動をより安定化させるはずである.

(1) 1 kHz 以下は [N], [P] と同様な剛体域となるであろう. [N] とは異なって側動モードを含む3種類の剛体モードが [N] より多くのモード周波数をもって現れる可能性がある.

(2)1 kHz 以上の帯域に捩れ域が現れるであろう.その際,(i)この帯域の低い部分に側動と捩れ との合成モードが現れ、それより高い周波数に捩れモードが現れること、および(ii)1本の覆手支柱 が腹板の y 軸周りの回転運動を効率よく覆手の捩れ運動に伝達することによって、より広い周波数帯 域により多くの副次的な捩れモードが出現することが予想される.

(3) 最後に, 捩れ域より高い帯域に羽搏き域が現れる. ただしその羽搏きモードの強さは N6 と同 程度かそれ以下の弱いものになるであろう.

(4) 以上の結果として,この仮想-1 型連成系のスペクトル重心は(0) 型連成系の 1538.5 Hz(図 8 [N] に記載)と2型連成系の 1951.2Hz(同図 [P] に記載)の間で [N] 型により近い値をとると推測される.

#### 4.6.2 他の琵琶試料を用いた分析の概要

表1において覆手支柱の本数を示す支柱欄の数字に(0)が追加されている琵琶試料のうち

1型連成系の琵琶試料 14,15

2型連成系の琵琶試料 19,20(および 21)

は(0)型の測定を併せて行っているので,それらで出現する振動モードについてそれぞれ(0)型と1 型の比較,(0)型と2型の比較を行った.また本来の0型連成系である琵琶試料3,4,5との比較考察 を行った.以下にその概略を述べる.

琵琶試料 14,15 で(0)型と1型に現れる振動モードでの帯域は剛体域,遷移域,捩れ域であり,(0)型の方が捩れ域の帯域が狭い.琵琶試料 19,20 で(0)型と2型に現れる振動モードは剛体域,遷移域, 捩れ域,羽搏き域であり,(0)型の方が捩れ域の帯域が狭い.そして,全体として,1型と2型を比 較すると,2型の方が捩れ域が高めでかつその帯域が高域まで及ぶ.以上の傾向は表4に示すように スペクトル重心 f の違いに現れている. 表4: 覆手支柱の型とスペクトル重心 f

一方, 琵琶試料 3, 4, 5 に現れる振動モードの現れ方に は 3 者の間の共通性がほとんど見られず, 琵琶試料 3, 4 は上に述べた(0)型とも異なる. すなわち,

(1) 琵琶試料3には剛体域が認められず,最低域に手招きモード(538 Hz),次いで捩れモード(946 Hz)が現れ,この2モードが全帯域を通して圧倒的優勢である(付図 I の図版3).

(2) 琵琶試料4は1kHz弱までの剛体域を持つが遷移 域以上で覆手の弾性が関与する帯域での振動モードの発 現が極めて小さい(同図版4).

(3) 琵琶試料 5 はほぼ(0) 型のような挙動を示すが, 弾性が関与する遷移域が狭い(同図版 5).

型	琵琶試料	支柱数	$\bar{f}$ (Hz)			
	3	0	1328.9			
0型	4	0	1133.1			
	5	0	1171.0			
	14	(0)	1205.9			
1 刑	14	1	1400.4			
1 ±	15	(0)	1268.7			
	15	1	1353.4			
	10	(0)	1714.6			
	17	2	2243.6			
2刑	20	(0)	1609.9			
2 92.	20	2	D)       1268.7         1353.4       1353.4         D)       1714.6         2       2243.6         D)       1609.9         2       2241.0         D)       1538.5			
	21	(0)	1538.5			
	<i>L</i> 1	2	1951.2			

注意. 分析は密設定の FRF 値を使っている ので,表中の $\bar{f}$ は粗相当設定を使った 4.3 – 4.5 節の該当する $\bar{f}$ より高い値になっている.

## 5 まとめと検討

覆手から腹板上の複数箇所への t-FRF の集合体を最大レベルと正規化 A-包絡の対  $\{\ell_{ij}, \Phi_{ij}\}$  (*i* は 琵琶試料, *j* は猪目位置を表す)に集約化した変量と、さらに  $\Phi_{ij}$  を特徴づけるスペクト重心  $\bar{f}$  と中 心偏差 *s* を導入して、これらの変量を用いて 7 種 23 面の琵琶試料の発音特性を比較した.最大レベ ルは撥弦によって生じる腹板からの放射音の強さ(振幅)を示す指標、正規化 A-包絡はその放射音 に含まれる各部分音の相対的な強さ(振幅)を表現する指標という意味をもつ.ただしどちらもあく まで指標であって、実際の撥弦音の振幅と比例関係をなすものではないことに注意する.得られた結 果とそれに対する考察を以下に要約し、併せて関連する若干の考察を付す.

1. 全 23 面の  $\Phi_{ij}$  (一の糸猪目 j = 1)を対周波数のグラフにより表示した.またそのうちの 13 面に ついては四/五の糸猪目の測定を併せて行ったのでその  $\Phi_{ij}$  (j = 4,5)のグラフも表示した.これら の図版は琵琶試料それぞれのスペクトル特性の全体的な把握とそれらの相互比較を容易にする.

2. 一の糸猪目に関して、2 変量の組  $P = (\bar{f}, s)$  および  $Q = (\bar{f}, \ell)$  それぞれにつき試料値の2 次元散 布図によって琵琶試料間の比較を行った.その結果にもとづいて、複数の琵琶試料を有する3 琵琶種 (楽琵琶,薩摩琵琶,筑前五弦琵琶)のスペクトル重心の試料値を分散分析で検定した.検討の結果 はこれら3 琵琶種のスペクトル重心の母平均が異なる(事実上、この琵琶種順に高くなる)ことを示 した.以下これをスペクトル重心に関する琵琶種間の序列、または3 項に述べる覆手支柱数と関係づ けてスペクトル重心  $\bar{f}$ に関する0-1-2 型序列、略して0-1-2 型序列と呼ぶ.

3. 次の方法により一の糸猪目の場合の0-1-2 型序列の起源を求めた. 我々は覆手支柱1本の琵琶種(1型)と2本の琵琶種(2型)の少数の琵琶試料について実験的に琵琶試料の覆手支柱を取り除いた場合のFRFデータを取得している. この型の琵琶試料を括弧つきの0により(0)型と記した. これらの型に対するモード解析の結果をそれぞれの(0)型に対応する元の1型および2型のものと比較する

ことにより、0型を(0)型に置き換えた(0)-1-2型序列が成立することを示した.弾性論的に導かれた この結論が他の1型および2型に琵琶試料について成り立ち得ることは、覆手支柱の数以外の点で琵 琶としてほぼ共通な部材形状と材質をもつことを前提にして、十分に肯定される.特別に大型の筑前 五弦琵琶である琵琶試料22「大弦」はこの前提から外れること、および明清楽の琵琶試料23「明清」 は前提を満たすか否か不明であるので、以下の考察ではこの2面を除外する.

覆手支柱を持たない0型で分析に必要なFRFデータをもつ琵琶試料は楽琵琶試料2面と平家琵琶 試料1面の3面あり、この内1面は平家琵琶でこれは概ね(0)型と同等の結果であった.しかし、楽 琵琶2面についてはそれらのモード解析の結果は上に求めた(0)型のそれと有意に異なることが観察 された.その理由は、楽琵琶の覆手が一般的な1型、2型の琵琶試料の覆手とは異なる形状をもち、 かつ主柱が低いことから覆手単体として前2者のそれとは異質な弾性的挙動をすることによると推察 される.この点について十分な検証をなし得なかったために、現段階ではこの琵琶試料2面を(0)型 と同列に取り扱うことは無理であったが、分析に供したこれらのスペクトル重心が(0)型と同程度で あることにより、結果として統計的に得られた上述の0-1-2型序列が成り立つことを示した.

4. 四/五の糸猪目の t-FRF を併せて測定することにより,対象とする琵琶試料の真に軸対称な性質 からの逸脱の程度がわかる.ただしここでいう軸とは図1右:密設定の図版中で腹板の平面図に示さ れた y 軸をいう.

一の糸猪目と四/五の糸猪目のスペクトルのグラフを比較する図版を見た限りでは両者に著しい差 異はなかった.しかしスペクトル重心,中心偏差,最大レベルそれぞれについて同一琵琶試料の一の 糸猪目のものと四/五の糸猪目の試料値の差の変量を求めて2項と同様な2次元散布図に表示して見 ると,両猪目の間に幾許かの差異があることがわかる.しかしながらこの差異を統計的に考察するた めの糸口は見いだせなかった.ただし,これも視覚的な判断であるが製作者が丸山の3面の薩摩琵琶 試料はこれらの変量が3面とも極めて近い数値を示した.また製作者が林の3面の薩摩琵琶試料にも 同様な傾向が見られた.

5.3項の議論に関連して、ここで猪目の位置の違いと振動モードとの関係を考察する.完全な軸対称性を仮定しよう.そのとき対称軸に関して反対称なモード形状をもつ側動と捩れモード(反対称型と呼ぶ)ではモード形状の節線は対称軸上にあるので、これらのモードの振動に対応する各猪目の変位量は対称軸からの距離にほぼ比例する.一方、対称軸に関して対称なモード形状(対称型)をもつ昇降とお辞儀モードではモード形状が猪目方向にほぼ一定である.モード形状に関するこの違いにより、対称軸に近い位置にある猪目ほどそのt-FRFが含む振動モードのうち反対称型の側動と捩れモード成分は対称型の昇降とお辞儀モード成分に対して相対的に少ないものとなる.とくに対称軸上では反対称型モードの振動成分は t-FRF から完全に欠落する.

このことから,筑前五弦琵琶の三の糸猪目(この猪目は対称軸上にある)からのt-FRFは理論的に 反対称型の振動モードを全く含まない.結果として三の糸と一の糸を同一音高(完全一度)に調弦す る筑前五弦琵琶において,三の糸の撥弦音は一の糸の撥弦音と(同じ太さの糸を用いたとしても)異 なった音色になることが推論される.同様に,三の糸と一の糸を同一音高(完全一度)に調弦する薩 摩琵琶では三の糸猪目が一の糸猪目よりも対称軸に近いことにより(同じ太さの糸を用いたとして も)異なった音色になるであろう.

さらに,筑前五弦琵琶の三の糸撥弦音についてはもう一つの対象型である羽搏きモードを考慮する 必要がある.このモード形状の2本の節線は一と二の糸猪目の間,および四と五の糸猪目の間に位置 し(その2か所から覆手主柱ブロック側に寄った部位の直下に覆手支柱が立っている),かつモード 周波数は最高域にある.モード形状の実測の数値を持たないので推定ではあるが,一の糸〜五の糸猪 目と2節線の相対的な位置関係から三の糸猪目がこのモード形状の最大変位点であろう.このことか ら,筑前五弦琵琶の三の糸撥弦音は一の糸撥弦音に比べて前述の考察よりさらに異なるであろう.

上記の考察は完全な軸対称性の仮定のもとの推論である.実際の琵琶試料には4項に述べたように 軸対称性から幾許かの逸脱があるが,そのような現実の琵琶の撥弦音に対しても,程度の違いは別に して猪目の位置に固有な音色差があると考えられる.

6. 最後に, 0-1-2 型序列はいまの段階では半ば仮説であり, 今後さらに検証を加える必要があると 考える. しかし興味あることに, この序列は0型の楽琵琶と平家琵琶, 1型の薩摩琵琶, および2型 の筑前五弦琵琶が成立した年代の順に対応していることに注意しよう.

さらに, 琵琶楽の音楽表現上の特性と次のように関連付けて解釈できる. あらゆる楽器について言 えることであるが, 楽器の創造と改良は一方では求める音楽表現が要求する楽器の構造と振動音響的 特性の実現を目指し, 他方では楽器製作の創意工夫によって獲得された新たな構造と振動音響特性が 新たな音楽表現を実現するという両者の相互作用の結果として実現されてきた. 楽琵琶が静謐な曲風 の楽曲に使われ, あるいは雅楽という器楽合奏の中でいわば打楽器的に曲の拍進行を司る役割を担っ ていること, 薩摩琵琶が勇猛豪壮な曲風の演奏のための伴奏楽器であること, 筑前五弦琵琶がより穏 やかで繊細な曲風の演奏のための伴奏楽器であると、, 0-1-2 型序列は まさにこの過程を経て成立したそれらの琵琶楽器の振動音響特性を表現する指標の一つであると見な せる.

## 参考文献

- [1] 田邊尚雄, 日本の音楽, 第2章. 文化研究社, 1954.
- [2] 吉川英史, 琵琶, no. 9. 山川直治 (編), 日本音楽の流れ, 日本音楽叢書. 音楽の友社, 1990.
- [3] 田邊尚雄, 琵琶: その音楽の系譜. Columbia, 1975.
- [4] 日本伝統文化振興財団, 日本琵琶楽大系. 日本伝統文化振興財団, 2010.
- [5] 川野楠己, 小島美子, 薦田治子, 中山一郎(編), 日向の琵琶盲僧永田法順. (株)アド・ポポロ, 2005.
- [6] 藤内鶴了, 日本近代琵琶の研究. 笠間書院, 1994.
- [7] 藤内鶴了, 続日本近代琵琶の研究. 笠間書院, 1998.
- [8] T. Taguti and Y. (K.) Tohnai, "Acoustical analysis on the *sawari* tone of Chikuzen biwa," *Acoustical Science and Technology*, vol. 22, no. 3, pp. 199–207, 2001.
- [9] T. Taguti and Y. (K.) Tohnai, "Vibro-acoustic analysis of several *biwas*," in *Proc. International Symposium on Musical Acoustics (ISMA 2007)*, no. 3-P1-10, pp. 1–6, 2007.
- [10] 田口友康,藤内鶴了, "筑前五弦琵琶の振動音響解析," 甲南大学紀要知能情報学部編, vol. 13, no. 1, pp. 15–33, 2020.

番号	実験回	種類	標号	作者,年代,縦 × 横 (質量) <sup>†</sup> ,材,その他
1	第4回	楽	桑	(不詳), , , 総桑,(現在手元になし)
2	第4回	(同)	欅	(不詳), , , 総欅, (現在手元になし)
3	第12回	(同)	桐	(不詳), , 95.5×38.6 (2.0), 総桐
4	第 25 回	(同)	音 目 目	(不詳), , 92.6 × 36.6 (4.0), 総桑, 表板に龍の描画
5	第 28 回	平家	平家	(不詳), , 82.0×31.6 (3.5)
6	第10回	薩摩	錦海	錦海,天正参年七月, 88.0 × 30.5 (3.0), 沢栗胴
7	第6回	(同)	林月 1	林宇助,明治,89.6×30.7 (3.0)
8	第7回	(同)	林月 2	林宇助,明治,91.2×32.1 (3.0)
9	第7回	(同)	林月 3	林宇助,明治,89.5×33.0(3.0)
10	第6回	(同)	丸山1	丸山友次郎, 大正, 92.3 × 33.3 (3.1), 総桑
11	第6回	(同)	丸山2	丸山友次郎,大正,91.5 × 32.7 (3.0),総桑
12	第7回	(同)	丸山3	丸山友次郎,大正,92.0 × 32.7 (3.0),桜胴
13	第7回	(同)	石田	石田不識, 昭和, 93.0 × 33.0 (2.75)
14	第21回	筑前盲僧	盲僧	(不詳), , 75.0×22.1 (1.0)
15	第19回	筑前四弦	筑 4-2	(不詳), , 82.0×27.7 (1.9)
16	第5回	筑前五弦	鎮助	津留崎鎮助,明治後期~大正,88.0×32.5(3.0)
17	第5回	(同)	泉	(不詳), , 88.0×33.3 (3.0)
18	第5回	(同)	漆	(不詳), , 87.5×33.2 (3.25)
19	第23回	(同)	筑 5-2	(不詳), , 87.8×32.0 (2.9)
20	第23回	(同)	筑 5-3	(不詳), , 87.0×32.0 (3.0)
21	第14回	(同)	中型鎮助	津留崎鎮助,明治後期~大正,92.0 × 36.8 (4.0)
22	第10回	(同)	大弦	(不詳), , 128.5 × 52.0 (5.1), 桐 2 枚合せ表板に欅胴
23	第5回	明清楽	明清	(不詳), , 78.5 × 24.5 (1.0)

付表 I: 琵琶試料 特記事項一覧

†縦, 横の単位は cm, 質量の単位は kg

	粗密混合			粗相当			
i	$\bar{f}_{i,1}$	$s_{i,1}$	$\ell_{i,1}$	$\bar{f}_{i,1}^*$	$s_{i,1}^*$	$\ell_{i,1}^*$	種類
1.	1554.0	973.2	-6.25				G
2.	1399.0	977.7	-8.63				G
3.	1328.9	876.6	-5.72	1253.7	849.2	-5.72	G
4.	1133.1	926.2	-11.88	1024.2	902.4	-12.53	G
5.	1171.0	725.5	-21.48	1164.5	719.5	-22.06	Н
6.	1545.1	814.6	-16.48	1569.6	831.8	-16.48	S
7.	1764.9	948.8	-11.54				S
8.	1733.9	958.9	-12.97				S
9.	1658.8	963.0	-5.92				S
10.	1542.1	891.2	-9.66				S
11.	1755.6	917.1	-11.07				S
12.	1504.1	903.0	-8.12				S
13.	1705.9	957.3	-10.01				S
14.	1400.4	807.1	-18.45	1370.8	817.6	-18.45	М
15.	1353.4	871.7	-2.72	1308.1	836.7	-2.83	4
16.	2034.0	858.4	-20.04				5
17.	2172.9	944.0	-20.09				5
18.	2289.7	909.7	-19.91				5
19.	2243.6	805.2	-34.51	2252.1	812.3	-37.89	5
20.	2241.0	935.0	-36.15	2097.5	924.7	-36.22	5
21.	1951.2	975.9	-19.80	1861.9	1009.4	-19.80	5
22.	1125.0	733.9	-10.97	1095.7	723.4	-15.64	5
23.	1605.3	999.0	-3.32				Q

付表 II: 一の糸猪目に関わる特徴量  $\{\bar{f}, s, \ell\}$  および  $\{\bar{f}^*, s^*, \ell^*\}$ 

単位  $\bar{f}, \bar{f}^*, s, s^*$ は Hz;  $\ell, \ell^*$ は dB (re. 0 dB = 1 m/s/N)

$e_{ar{f}_{i,1}} = ar{f}_{i,1} - ar{f}^*_{i,1}$ および $e_{si,1} = s_{i,1} - s_{i,1}^*$	$_{i,1}^{*}$
$(i \in S_D)$ の標本平均と標本標準偏差	

	標本平均	標本標準偏差
$e_{\bar{f}_{i,1}^*}$	49.460	53.872
$e_{s_{i,1}}^{*}$	4.470	21.534

## 付表 Ⅲ: 分散分析 *Ī* および *s* Ⅲ-1. *Ī* の母平均

スペクトル重心 分散分析: 一元配置 (粗および粗相当の腹板測定点)

標本値							
G	S	5					
1554.0	1569.6	2034.0					
1399.0	1764.9	2172.9					
1253.7	1733.9	2289.7					
1024.2	1658.8	2252.1					
	1542.1	2097.5					
	1755.6	1861.9					
	1504.1						
	1705.9						

概要						
グループ	データの個数	合計	平均	分散		
G	4	5231	1307.73	50762.5425		
S	8	13235	1654.36	10547.99411		
5	6	12708	2118.02	24708.23367		
分散分析表						
変動要因	変動	自由度	分散	観測された分散比	P-値	F 境界値
グループ間	1662310.71	2	831155	35.65509582	2E-06	3.68232
グループ内	349664.755	15	23311			
合計	2011975.47	17				

III-2. *s* の母平均 中心偏差 分散分析: 一元配置 (粗および粗相当腹板測定点)

概要

標本値							
G	S	5					
973.2	831.8	858.4					
977.7	948.8	944.0					
849.2	958.9	909.7					
902.4	963.0	812.3					
	891.2	924.7					
	917.1	1009.4					
	903.0						
	957.3						

グループ	データの個数	合計	平均	分散		
G	4	3703	925.625	3785.1225		
S	8	7371	921.388	2067.66125		
5	6	5459	909.75	4692.003		
分散分析表						
変動要因	変動	自由度	分散	観測された分散比	P-値	F 境界値
グループ間	729.09375	2	364.547	0.110941627	0.8957	3.68232
グループ内	49289.0113	15	3285.93			
合計	50018.105	17				

## 付表 IV: 分散分析 ℓの母平均

### IV-1. G 対 S

#### 最大レベル 分散分析:一元配置(粗および粗相当腹板測定点)

標本値		概要							
G	S		グループ	データの個数	合計	平均	分散		
-6.25	-16.48		G	4	-33.2	-8.2875	9.676558333		
-8.63	-11.54		S	8	-85.8	-10.721	10.06609821		
-5.72	-12.97								
-12.55	-5.92		分散分析表						
	-9.66		変動要因	変動	自由度	分散	観測された分散比	P-値	F 境界値
	-11.07		グループ間	15.7950375	1	15.795	1.587562814	0.2363	4.9646
	-8.12		グループ内	99.4923625	10	9.94924			
	-10.01								
			合計	115.2874	11				

## IV-2. S 対 5

#### 最大レベル 分散分析:一元配置(粗および粗相当腹板測定点)

標本値		概要							
S	5		グループ	データの個数	合計	平均	分散		
-16.48	-20.04		S	8	-85.8	-10.721	10.06609821		
-11.54	-20.09		5	6	-154	-25.658	78.21957667		
-12.97	-19.91								
-5.92	-37.89		分散分析表						
-9.66	-36.22		変動要因	変動	自由度	分散	観測された分散比	P-値	F 境界値
-11.07	-19.80		グループ間	764.970715	1	764.971	19.88828587	0.0008	4.74723
-8.12			グループ内	461.560571	12	38.4634			
-10.01									
			合計	1226.53129	13				

# IV-3. G 対 5

## 最大レベル 分散分析:一元配置(粗および粗相当腹板測定点)

グループ データの個数 合計 平均

概要

G

標本値						
G	5					
-6.25	-20.04					
-8.63	-20.09					
-5.72	-19.91					
-12.55	-37.89					
	-36.22					
	-19.80					

5	6	-154	-25.658	78.21957667		
分散分析表						
変動要因	変動	自由度	分散	観測された分散比	P-値	F 境界値
グループ間	724.190042	1	724.19	13.78990789	0.0059	5.31766
グループ内	420.127558	8	52.5159			

4 -33.2 -8.2875 9.676558333

分散

合計

付表 V: 一の糸猪目と四/五の糸猪目に関わる特徴量の差  $\{\Delta \bar{f}, \Delta s, \Delta \ell\}$ 

i	$\Delta \bar{f}_{i,J}$	$\Delta s_{i,J}$	$\Delta \ell_{i,J}$	種類
1.	193.6	38.0	-1.0	G
2.	77.2	60.8	-0.5	G
7.	-144.1	-55.9	0.0	S
8.	-144.3	21.7	2.7	S
9.	-89.9	-83.6	0.0	S
10.	73.8	-23.4	-2.6	S
11.	62.1	6.1	-3.3	S
12.	124.7	-34.0	-2.8	S
13.	-114.0	-69.8	0.7	S
16.	-190.9	-60.8	2.9	5
17.	-77.9	-119.9	-0.1	5
18.	103.6	-49.0	-3.1	5
23.	-5.8	36.2	-1.1	Q

単位  $\Delta \overline{f}$ ,  $\Delta s$  は Hz;  $\Delta \ell$  は dB (re. 0 dB = 1 m/s/N)





ーの糸猪目を駆動点とする  $\Phi_{i,1}$ を  $\Phi_{i,1}^2$ の dB 尺度で太実線 H により表示 した.比較のために随伴する  $\Psi_{i,1}$ を同尺度により細実線 I で付加した.





ーの糸猪目を駆動点とする  $\Phi_{i,1}$  を  $\Phi_{i,1}^2$  の dB 尺度で太実線 H により表示 した.比較のために随伴する  $\Psi_{i,1}$  を同尺度により細実線 I で付加した.



付図 II: 四/五の糸猪目を駆動点とする正規化 A-包絡 Φ<sub>i.J</sub>

 $\Phi_{i,J}$ を  $\Phi_{i,J}^2$ の dB 尺度により太実線 H(4) または H(5) で表示した.併せて  $\Phi_{i,1}$ を細実線 H(1) で付加した.