

甲南大学 博士学位論文

収縮する始原ガス雲における乱流と磁場の増幅と飽和

甲南大学大学院  
自然科学研究科 物理学専攻  
東 翔

2024年3月



## 概要

本論文では、宇宙初期に形成される第一世代の星（初代星）の形成過程で重要な要素である乱流と磁場に関する理論的研究を行う。解析的推定と数値シミュレーションの結果を比較することにより、乱流と磁場の詳細な増幅・飽和メカニズムを明らかにすることを目的とする。

$\Lambda$ CDM パラダイムにおける理論的研究では、初代星は赤方偏移  $z \gtrsim 10$  のダークマターミニハローで形成されると予測されている。このような始原環境において、初代星は天の川銀河のような現在の星形成環境よりも質量で2-3桁、温度で2桁高いガス雲内で生まれると考えられている。結果として、初代星の初期質量関数 (IMF) は現在の星形成領域の観測から得られる IMF に比べて大質量にピークを持つ、top-heavy な分布をしていると予想される。近年の JWST などの高解像度観測機器による超高赤方偏移の観測では、この初代星起源と考えられる top-heavy な IMF を支持するような明るい銀河が多数観測されている。一方で、もし 0.8 太陽質量以下の低質量初代星が存在すれば、その星の寿命は宇宙年齢よりも長いため、現在の天の川銀河系内で直接観測可能であると考えられているが、そのような初代星も現在観測されておらず、低質量初代星が存在しないことを示唆している。また、初代星の残骸から生まれる超金属欠乏星 (EMP 星) の元素組成比は、ソースとなる初代星が主に数十太陽質量であったことを示唆している。さらに、近年観測されたブラックホール連星からの重力波は、これらのブラックホールが数十太陽質量であることを示しており、初代星連星が有力な起源であると考えられている。したがって、これらの観測結果を説明する IMF の詳細な理論的予測が切望されている。

近年の数値シミュレーションを用いた多くの理論的研究では、初代星は原始星形成後の初期に起こる降着円盤の分裂によって連星や3重連星などの多重星として生まれることが示されている。これらの結果は、この分裂過程によって IMF が決定され、また天の川銀河系内に生き残っている低質量初代星が形成され得ることも示唆しているが、そこで重要となる乱流や磁場に関しての物理的理解は未だ不十分である。本論文では、そのような初代星の IMF を理論的に明らかにする上で重要となる乱流と磁場に焦点を当てた研究を行う。

ダークマターミニハローにおける始原的ガス雲中の乱流は、例えば、分裂を促進したり、間接的に磁場の増幅に寄与して分裂を抑制するなど、初代星の形成に重要な役割を果たしている。分裂が乱流の強さにどの程度依存するかを調べた先行研究では、一般に乱流の程度が高いほど分裂によって形成される分裂片の数が増えることが示されている。その結果、これまで予想されていたよりも多くの質量の低い星が形成され、初代星の IMF が変化する。そのため、原始星形成後の質量降着期の始まりにおける乱流の強さを正確に見積もることは非常に重要である。いくつかの先行研究では、コア収縮時に乱流速度と渦度が増大することが示されている。また、コア収縮末期には乱流速度は音速を超えることも示されている。しかし、コア収縮期における乱流の駆動メカニズムの詳細は明らかになっていない。さらに、増幅された乱流の最終的な強度やそれを決定する飽和メカニズムについても詳細は不明である。

他方で、初代星が形成されたと考えられている赤方偏移  $z \gtrsim 10$  の初期宇宙では、ハロー形成時のピリアルショックによって電子密度と圧力間に非平行勾配が生じ、電場を介して発生する微弱なシード磁場 ( $\sim 10^{-18}$  G) しか存在せず、磁場は初代星の形成には力学的に重要ではないと考えられていた。しかしながら、近年の解析的・数値的アプローチによる研究から、ガスの乱流運動が磁力線をランダムに伸ばす、ねじる、折りたたむなどの一連の過程を繰り返す small-scale dynamo 効果によって、運動エネルギーを磁気エネルギーに変換し、強磁場を発生させることが可能であることが示された。これらの研究は、星形成過程における磁場強度を理論的に推定することを可能にしたが、現在の星形成過程の現場での状態方程式（等温）を仮定しており、さらに収縮過程における乱流の増幅を考慮していないなどの問題点がある。

上記の背景を踏まえて、本論文では、初代星形成環境における乱流の増幅・飽和のメカニズムを明らかにし、そしてそれらを考慮した一般化された磁場の増幅メカニズムや詳細な進化を明らかにする包括的な研究を行うことを目標とする。

まずはじめに、乱流の駆動メカニズムを詳細に調べるため、ポリトロピックな状態方程式を仮定した初代星形成雲の重力収縮を追う数値シミュレーションを初期乱流マッハ数と解像度を変えて行った。その結果、初期乱流マッハ数が小さい場合でも、乱流速度は重力収縮のみによって増幅され、最終的には音速に匹敵する速度になることがわかった。また、密度の増加に伴う乱流速度の増幅に関する解析的表式を導出し、数値計算結果がその式と一致することを示した。

次に、重力収縮するガス雲における乱流の飽和レベルを決定する物理的メカニズムを調べた。より多くの有効ポリトロプ指数  $\gamma_{\text{eff}}$ 、初期マッハ数、初期乱流シード値を用いて、乱流ガス雲の重力収縮を追うための一連の高分解能数値シミュレーションを行った。乱流が飽和した時には、重力収縮によるエネルギー注入率と乱流の散逸率が等しくなると考え、乱流の飽和レベルを解析的に求め、数値計算結果と比較した。その結果、数値計算結果は解析モデルによって非常によく説明され、重力収縮するガス雲の乱流駆動スケールが重力収縮するガス雲コアの典型的な長さである Jeans 長の 3 分の 1 であることがわかった。

最後に、重力収縮する始原ガス雲の乱流を伴う磁場の時間発展を調べた。磁化された乱流的な始原ガス雲の重力収縮について、様々なポリトロプ指数  $\gamma_{\text{eff}}$ 、解像度で磁気流体数値シミュレーションを行った。さらに、磁場成長/飽和の解析的理論を一般化し、様々なポリトロプ指数と乱流エネルギースペクトルに対応できるようにした。その結果、初代星形成時の収縮期まで、さまざまな  $\gamma_{\text{eff}}$  に対して、数値計算結果が理論によってよく再現されることがわかった。磁場は運動論的ダイナモと非線形ダイナモによって最終的に  $10^{12} - 10^{15}$  倍に増幅され、 $\gamma_{\text{eff}}$  に依存して Equipartition level の 3% - 100% に達する。また、運動論的段階と非線形段階の間の遷移が起きる時期を解析的に見積もることができた。これらの結果は、超音速乱流を伴う強い磁場が一般的な性質であることを示し、初代星の形成に重要な役割を果たす可能性を示している。

本論文で行われた研究により、初代星形成過程において超音速乱流を伴う乱流的な分布を持つ強磁場が必ず存在することが示された。これら一連の研究は、初代星形成過程における乱流と磁場の詳細な増幅過程を明らかにした最初の研究である。

## 謝辞

まずはじめに、修士課程、博士課程の5年間においてこのような興味深く、学術的に非常に意義のある研究テーマを紹介してくださった指導教官の須佐元教授に深く感謝いたします。須佐教授の宇宙物理学、流体力学、宇宙論、数値シミュレーション、物理数学の各分野における深い見識は、研究を進める上での問題解決に大いに役立ち、また議論を通じて貴重なアドバイスや示唆を与えてくれました。また、同様に大学院での5年間、共同研究者として共に研究を行ってくれた千秋元氏にも深く感謝いたします。数値計算コードの修正や解析用スクリプトの作成、論文の構成、アドバイスなどの、千秋氏の共同研究者としての丁寧なサポートが研究の進展を促し、大学院での研究をより良いものにしてくれました。オーストラリア国立大学の Christoph Federrath 氏には、1ヶ月間の短期留学を受け入れていただき、またその後共同研究者として研究に協力していただきました。大学学部と修士課程の間には甲南大学理工学部物理学科の教員であり、現国立天文台所属・甲南大学連携客員教授の富永望教授には、甲南大学所属時、異動後も変わらず研究に対しての貴重なアドバイスや意見をいただきました。同様に、博士課程1年次から異動してこられた井上剛志教授にも研究への意見をいただきました。

研究会などを通じて、有意義な議論やコメントをしていただいた、島和宏氏、富田健吾氏、吉田直紀氏、松本倫明氏、John Wise 氏、大向一行氏、細川隆史氏、町田正博氏、杉村和幸氏、小林将人氏、定成健二エリック氏、木村和貴氏、柏木頼我氏に感謝いたします。

最後に、大学院生活で研究と私生活の両方で私を支えてくれた Arthur Choplin 氏、大神隆之氏、桐原崇亘氏をはじめとする理論研究室のメンバーと、研究生活をバックアップしてくれた両親に深く感謝いたします。

本論文で述べられている計算と解析は、世界中の数多くの機関から独立した科学者たちが共同で開発し、一般公開されている Enzo コード、Athena++ コード、yt コードを用いて、京都大学基礎物理学研究所の Yukawa-21 および国立天文台計算天体物理学研究センターの Cray XC50 を用いて行われました。本論文における研究は JST SPRING (No. JPMJSP2117)、日本学術振興会 (Nos. 17H02869, 17H01101, 17H06360) による助成を受けて行われました。

# 目次

<b>第1章 序論</b>	1
1.1 初期宇宙での prestellar core の形成	1
1.2 暴走的収縮と原始星形成	6
1.3 初代星形成環境における乱流	9
1.4 初代星形成環境における磁場	12
1.5 初代星の初期質量関数	16
1.6 本論文の目的と構成	17
<b>第2章 重力収縮するガス雲コアにおける乱流の増幅</b>	19
2.1 本章の概要	19
2.2 解析的推定	20
2.3 計算手法	23
2.4 結果	25
2.5 本章の結果に対する議論	40
2.6 本章のまとめ	42
<b>第3章 収縮するガス雲コアにおける乱流の飽和レベル</b>	43
3.1 本章の概要	43
3.2 収縮シミュレーション	44
3.3 結果	46
3.4 乱流飽和の解析的推定	48
3.5 乱流の駆動スケール	51
3.6 本章の結果に対する議論	52
3.7 本章のまとめ	53
<b>第4章 収縮する始原ガス雲における乱流磁場の増幅と飽和</b>	55
4.1 本章の概要	55
4.2 計算手法	56
4.3 結果	57
4.4 磁場の成長率の解析的な推定	61
4.5 シミュレーション結果と解析的推定の比較	66
4.6 解像度依存性	69
4.7 本章の結果に対する議論	71
4.8 本章のまとめ	71
<b>第5章 結論と今後の研究への示唆</b>	73
<b>付録A 乱流散逸シミュレーション</b>	75

# 第 1 章

## 序論

### Contents

<b>1.1</b>	<b>初期宇宙での prestellar core の形成</b>	<b>1</b>
1.1.1	ダークマターハローのビリアル化	1
1.1.2	Prestellar core 形成におけるガスの冷却と化学反応	3
1.1.3	Prestellar コアの形成	5
<b>1.2</b>	<b>暴走的収縮と原始星形成</b>	<b>6</b>
1.2.1	暴走的収縮段階における冷却過程	6
1.2.2	暴走的収縮段階における密度進化と原始星	8
<b>1.3</b>	<b>初代星形成環境における乱流</b>	<b>9</b>
1.3.1	乱流の駆動	9
1.3.2	収縮期における乱流の増幅	10
1.3.3	初代星形成における乱流の効果	11
<b>1.4</b>	<b>初代星形成環境における磁場</b>	<b>12</b>
1.4.1	宇宙初期における磁場の生成	12
1.4.2	磁場の増幅	12
1.4.3	初代星形成における磁場の効果	14
<b>1.5</b>	<b>初代星の初期質量関数</b>	<b>16</b>
<b>1.6</b>	<b>本論文の目的と構成</b>	<b>17</b>

## 1.1 初期宇宙での prestellar core の形成

### 1.1.1 ダークマターハローのビリアル化

宇宙マイクロ波背景放射場の観測によれば、宇宙は最も大きなスケールでは一様で等方的である。しかし、星や銀河の存在は、あるスケール以下では宇宙がその一様等方性から逸脱していることを示している。宇宙の密度構造は、宇宙初期の量子揺らぎを種とする小さな摂動から成長すると考えられている。宇宙の質量密度が暗黒物質（ダークマター）によって支配されている  $\Lambda$ CDM ( $\Lambda$  cold dark matter) パラダイムでは、物質のゆらぎ密度  $\delta = (\rho - \bar{\rho})/\bar{\rho}$  は、 $z \gtrsim 10$  においてスケールファクター  $a = 1/(1+z)$  に比例して成長すると近似できる。ここで、 $\rho$  は  $z \gtrsim 10$  で局所的な質量密度、 $\bar{\rho}$  は、宇宙の平均密度、 $z$  は赤方偏移である。 $\rho$  は  $\bar{\rho} = 1/(6\pi G t^2)$  として近似できる。過剰密度が  $\sim \mathcal{O}(1)$  になると、その高密度領域は膨張する宇宙から切り離され、それ自身の重力で収縮し、非線形構造をつくる。数値シミュレーションによれば、「シート」と呼ばれる平面構造や、2つのシートまじわりの「フィラメント」構造、およびフィラメントのまじわりにある「ノード」が形成される。ノードに形成されるダークマターハローは、最も深い重力ポテンシャル中にあり、最初の星や銀河の形成の場となる。

初代星は、ダークマターミニハローと呼ばれる小さなダークマターハローの中で形成されると考えられている。ここでは、まず最初に重力収縮する天体が誕生する時期を線形摂動理論によって予測する方法について簡単に述

べる。

膨張宇宙における天体形成には揺らぎの非線形成長が重要な役割を果たしている。しかし、この問題に対して一般的な解析解を導くことはできないので、重力収縮とビリアル化の過程を解析的に理解するために、しばしば単純なトップハットモデルが用いられる [e.g., Tegmark et al., 1997]。このモデルは、背景宇宙に埋め込まれた一様な密度を持つ球状の過剰密度が存在すると仮定している。ここで、宇宙論的膨張における、物質に固定されたシェルの半径  $R_{\text{shell}}(t)$  の変化を考える。この仮定では、 $R_{\text{shell}}$  内のハロー質量  $M_h$  は一定である。運動方程式は次のように与えられる。

$$\frac{d^2 R_{\text{shell}}}{dt^2} = -\frac{GM_h}{R_{\text{shell}}^2}. \quad (1.1)$$

媒介変数  $\theta$  と積分定数  $A$  を用いて、この方程式の束縛解は次のようになる。

$$\begin{aligned} R_{\text{shell}} &= A^2(1 - \cos \theta), \\ t &= \frac{A^3}{\sqrt{GM_h}}(\theta - \sin \theta), \end{aligned} \quad (1.2)$$

ここで、束縛解とは、密度が無限大まで増加し、有限時間で重力収縮する解のことである。しかし、現実的なケースでは、密度が無限大まで増加することはない。その代わりに、物質がビリアル化し、密度が十分に上昇したときに有限の半径を持つ天体が形成される。式 (1.2) で領域が収縮に転じるのは  $\theta = \pi$  となる時間である：

$$t_{\text{turn}} = \frac{\pi A^3}{\sqrt{GM_h}}, \quad R_{\text{turn}} = 2A^2. \quad (1.3)$$

一方、系が非常に小さい領域 ( $R_{\text{shell}} \simeq 0$ ) に収縮する時間（これはビリアル化の時間に等しい）は  $\theta = 2\pi$  に対応する：

$$t_{\text{coll}} = \frac{2\pi A^3}{\sqrt{GM_h}}, \quad R_{\text{coll}} = 0. \quad (1.4)$$

ビリアル化の結果として、ビリアル化されたミニハローは、重力ポテンシャル  $\Omega_{\text{vir}}$  と運動エネルギー  $K_{\text{vir}}$  の平衡状態の下で重力的に束縛される：

$$2K_{\text{vir}} + \Omega_{\text{vir}} = 0, \quad \rightarrow \quad K_{\text{vir}} = -\frac{1}{2} \frac{GM_h^2}{R_{\text{vir}}} \quad (1.5)$$

ここで、 $M_h$  はハローの質量、 $R_{\text{vir}}$  はビリアル半径である。一方、収縮の過程で全エネルギーが保存すると思うと、収縮に転じたときのポテンシャル  $\Omega_{\text{turn}}$  と等しい：

$$K_{\text{vir}} + \Omega_{\text{vir}} = \Omega_{\text{turn}} = -\frac{GM_h^2}{R_{\text{turn}}}. \quad (1.6)$$

上記2式から、 $R_{\text{vir}} = 1/2 R_{\text{turn}}$  を得る。

$M_h$  はハローのビリアル密度および半径と次の式によって結ばれている。

$$M_h \simeq \frac{4\pi}{3} \rho_{\text{vir}} R_{\text{vir}}^3. \quad (1.7)$$

そして、ビリアル化したときの過剰密度は以下で定義される。

$$\delta_{\text{vir}} \equiv \frac{\rho_{\text{vir}}}{\bar{\rho}(t_{\text{coll}})} - 1 = \frac{3M_h/(4\pi R_{\text{vir}}^3)}{1/(6\pi G t_{\text{coll}}^2)} - 1. \quad (1.8)$$

ここで、式 (1.3), 式 (1.4) と  $R_{\text{vir}} = 1/2 R_{\text{turn}}$  の関係より  $t_{\text{coll}} = 2\pi R_{\text{vir}}^{3/2}/\sqrt{GM_h}$  が得られる。これを式 (1.8) に代入すると、最終的に、ビリアル化したときの密度ゆらぎは  $\delta_{\text{vir}} \simeq 18\pi^2$  となる。

成長のごく初期では、摂動が非常に小さいので、非線形成長解は線形成長解と等しくなる。質量スケール  $M$  でフィルタリングされた密度摂動  $\delta(M)$  は線形近似できる場合にはスケールファクターに比例する。したがって、ある赤方偏移における線形密度揺らぎは次式となる。

$$\delta_{\text{linear}}(M, z) \simeq \delta_{\text{linear}}(M, 0)/(1+z). \quad (1.9)$$



ここで、 $\delta_{\text{linear}}(M, 0)$  は  $z = 0$  まで線形成長が続くと仮定して外挿した密度揺らぎである。一方、 $\theta \ll 1$  であると、式 (1.2) から計算される  $\delta$  と  $t$  は、

$$\begin{aligned}\delta &= \frac{3}{20}\theta^2, \\ t &= \frac{A^3}{6\sqrt{GM}}\theta^3.\end{aligned}\quad (1.10)$$

この  $\delta$  が  $\delta_{\text{linear}}$  と等しいので、時間の関数として  $\delta_{\text{linear}}$  が得られる:

$$\delta_{\text{linear}}(t) = \frac{3}{20} \left( \frac{6\sqrt{GM}}{A^3} t \right)^{2/3}. \quad (1.11)$$

$t_{\text{coll}}$  で、 $\delta_{\text{linear}}$  は、

$$\delta_{\text{linear}}(t_{\text{coll}}) = \frac{3(12\pi)^{2/3}}{20} \simeq 1.69. \quad (1.12)$$

この値を式 (1.9) に代入して、ビリアル化が起こる赤方偏移  $z_{\text{vir}}$  を得ることができる:

$$z_{\text{vir}} = \delta_{\text{linear}}(M, 0)/1.69 - 1. \quad (1.13)$$

正確には  $\Omega_{\Lambda} \neq 0$  の場合、密度摂動の成長率や閾値 1.69 はこの場合とは異なるが、 $z \gtrsim 20$  のような高赤方偏移ではその差は小さい [Kitayama and Suto, 1996]。

$\bar{\rho}(z_{\text{vir}})$  と現在の宇宙での背景密度  $\bar{\rho}(z = 0)$  の関係は

$$\bar{\rho}(z_{\text{vir}}) = (1 + z_{\text{vir}})^3 \bar{\rho}(0) = 2.5 \times 10^{-30} \text{ gcm}^{-3} (1 + z_{\text{vir}})^3 \quad (1.14)$$

となるので、式 (1.7) を用いると、 $z_{\text{vir}} \sim 20$  でのビリアル半径は以下ようになる。

$$R_{\text{vir}} \simeq 89 \text{ pc} \left( \frac{M_h}{10^6 M_{\odot}} \right)^{1/3} \left( \frac{1 + z_{\text{vir}}}{20} \right)^{-1} \left( \frac{\bar{\rho}(z_{\text{vir}})/\bar{\rho}(0)}{18\pi^2} \right)^{-1/3}. \quad (1.15)$$

ここで、ビリアル半径の計算のために  $M_h = 10^6 M_{\odot}$  を用いたが、その理由は後述する。

ミニハロー内のガスは、断熱圧縮もしくは(ビリアル)衝撃波によって加熱される。これらの過程を経て、ミニハロー内のガス粒子は以下のような熱エネルギーを獲得する。

$$k_{\text{B}} T_{\text{vir}} \simeq m_{\text{H}} v_{\text{vir}}^2. \quad (1.16)$$

ここで、 $k_{\text{B}}$ ,  $m_{\text{H}}$  はそれぞれ Boltzmann 定数と陽子の質量である。上記の式を組み合わせると、次のようになる。

$$T_{\text{vir}} \simeq 2 \times 10^3 \text{ K} \left( \frac{M_h}{10^6 M_{\odot}} \right)^{2/3} \left( \frac{1 + z_{\text{vir}}}{20} \right) \quad (1.17)$$

しかし、上記のビリアル化の過程は、ハローが初代星形成の場になることを直接は意味しない。なぜなら、効率的な冷却がなければ、圧縮加熱による熱圧力の上昇によって、星形成過程は終了してしまうからである。次の節では、初代星形成に必要な冷却過程について述べる。

### 1.1.2 Prestellar core 形成におけるガスの冷却と化学反応

宇宙の始まりとともに、ビッグバンの核合成によって、水素、ヘリウム、リチウムなどの軽元素が生成された。これらのいわゆる軽元素だけを含むガスは「始原」ガスと呼ばれる。始原ガスの冷却において主な働きをする元素は、水素 H とヘリウム He である。したがって、以下ではリチウムやベリリウムなどの他の軽元素に関する化学過程は無視する。

ビリアル化後もガスの重力収縮が続くためには、その熱エネルギーを放射によって消費できなければならない。H および He 原子に関連する冷却過程は、電子の束縛遷移、電離、再結合、制動放射、コンプトン冷却である。その中でも最も効率的なプロセスの一つは、Ly- $\alpha$  冷却と呼ばれる水素原子の衝突励起による冷却である。この冷却は、水素原子が第一励起状態に遷移し始める温度  $\simeq 10^4$  K で最も効果的である。この事実は、ハローが冷却されて重力収縮し、高密度のガス雲を形成するビリアル温度の下限を与える。したがって、 $T_{\text{vir}} < 10^4$  K の質量が小さいハローの場合には、水素分子 ( $\text{H}_2$ ) のような別の冷却源に頼らざるを得ない。

水素分子を生成するための、最も重要な生成経路は、自由電子と中性水素原子との放射結合反応を通過する:



そして、 $\text{H}^-$  原子と中性水素原子との衝突によって、 $\text{H}_2$  が形成される:



この  $\text{H}_2$  分子のエネルギー遷移の準位、すなわち回転遷移の準位と振動遷移の準位は、H/He 原子のエネルギー遷移の準位よりもはるかに低い。電子遷移 ( $E_{\text{el}}$ )、振動遷移 ( $E_{\text{vib}}$ )、回転遷移 ( $E_{\text{rot}}$ ) の典型的なエネルギーギャップの比は次のようになる。

$$E_{\text{el}} : E_{\text{vib}} : E_{\text{rot}} \sim 1 : \left(\frac{m_e}{m_{\text{H}}}\right)^{1/2} : \left(\frac{m_e}{m_{\text{H}}}\right), \quad (1.20)$$

ここで、 $m_e$  は電子の質量である。したがって、回転振動遷移エネルギーは電子遷移エネルギーよりもはるかに低い。水素分子は対称的であり、永久双極子モーメントを持たないため、最もエネルギーが低い遷移  $J = 1 \rightarrow 0$  の遷移確率が非常に低くなる ( $J$  は角運動量の量子数)。したがって、最もエネルギーが低い遷移は  $J = 2 \rightarrow 0$  遷移であり、これは 512K の温度に対応する。始原ガスでは、十分な量の  $\text{H}_2$  が存在すると、Maxwell-Boltzmann 速度分布のテールによって  $J = 2 \rightarrow 0$  の励起及びそれに伴う放射がおき、 $\sim 100$  K まで冷却される。このように、ビリアル温度が  $10^4$  K 以下のハローも、 $\text{H}_2$  冷却によって冷却することが原理的に可能である。

ビリアル化ののち、水素分子の冷却によって星形成を継続させるためには、ガスの重力収縮の時間スケール ( $t_{\text{ff}}$ ) よりも水素分子によってガスが冷却される時間スケール ( $t_{\text{cool}}$ ) が短くなければならない。そうでない場合には、重力収縮に伴うガスの熱圧力の上昇によってガス雲の収縮は停止する。よって要求される条件 (これを冷却条件と呼ぶ) は

$$t_{\text{cool}} < t_{\text{ff}}, \quad (1.21)$$

であり、それぞれの時間スケールは

$$t_{\text{cool}} \equiv \frac{1}{\gamma - 1} \frac{k_{\text{B}} T}{n_{\text{H}} y_{\text{H}_2} \Lambda_{\text{H}_2}},$$

$$t_{\text{ff}} \equiv \sqrt{\frac{3\pi}{32G\rho}}, \quad (1.22)$$

である。ここで、 $n_{\text{H}}$  は水素の数密度であり、 $\Lambda_{\text{H}_2}$  と  $y_{\text{H}_2}$  はそれぞれ  $\text{H}_2$  の回転振動遷移による放射冷却率と水素原子の数密度に対する水素分子の数密度の割合である。 $\gamma$  はガスの断熱指数 (あるいは比熱比) であり、 $\rho$  と  $T$  はそれぞれガスの質量密度と温度である。上記の式から、冷却条件における水素分子の割合は、以下で与えられる。

$$y_{\text{H}_2} > \frac{1}{\gamma - 1} \frac{k_{\text{B}} T}{n_{\text{H}} \Lambda_{\text{H}_2} t_{\text{ff}}},$$

$$\simeq 1.7 \times 10^{-4} \left(\frac{T}{1000 \text{ K}}\right) \left(\frac{n_{\text{H}}}{1 \text{ cm}^{-3}}\right)^{-1} \quad (1.23)$$

ここで、Galli and Palla [1998] より低密度極限での  $\Lambda_{\text{H}_2}$  [ $\text{erg cm}^3 \text{ s}^{-1}$ ] は以下で与えられる。

$$\Lambda_{\text{H}_2}(n_{\text{H}} \rightarrow 0)$$

$$= 10^{(-103 + 97.59 \log_{10} T - 48.05 (\log_{10} T)^2 + 10.8 (\log_{10} T)^3 - 0.9032 (\log_{10} T)^4)} \quad (1.24)$$

ここで、式 (1.18) と式 (1.19) による水素分子の形成が十分に起こらないとすれば、一様膨張宇宙における水素分子の割合はせいぜい  $10^{-6}$  程度であるので、冷却には不十分であることが先行研究によって示されている [Galli and Palla, 1998]。したがって、重力収縮するガス雲中で  $\text{H}^-$  形成を経由する水素分子の形成によって水素分子の割合を増やす必要があるが、ここで再び式 (1.18) と式 (1.19) から、もし自由電子が枯渇すれば、水素分子の生成が終了することがわかる。よって、自由電子が再結合によって減らされる時間スケール（再結合時間スケール） $t_{\text{rec}}$  と自由落下時間スケールの比較によって、冷却に使える時間スケールが決められることになる。つまり、 $t_{\text{rec}}$  と  $t_{\text{ff}}$  のより短いものが式 (1.21) の右辺に採用される。再結合時間スケールと自由落下時間スケールを比較し、再結合時間スケールが長いと仮定すると、

$$\frac{1}{k_{\text{rec}}(T)n_e} > t_{\text{ff}}, \quad (1.25)$$

となる。ここで、 $k_{\text{rec}}(T)$  は再結合率であり、Spitzer [1978] の表 5.2(P.107) をフィッティングすることで得られる:

$$k_{\text{rec}}(T) = 2.06 \times 10^{-11} T^{-1/2} (5.77 - 0.567 \ln T + 0.00862 (\ln T)^2). \quad (1.26)$$

式 (1.25) において、ビリアル化が起こる赤方偏移  $z_{\text{vir}}$  でのハロー質量  $M_{\text{h}}$  から与えられるビリアル温度  $T_{\text{vir}}$  と、Galli and Palla [1998] から得られる一様膨張宇宙での自由電子の割合  $y_e = 3 \times 10^{-4}$  を代入すると、上記不等式を満たすミニハローの最小質量  $M_{\text{minihalo}}$  を得ることができる [Susa, 2018]。

$$M_{\text{minihalo}} \gtrsim 240 M_{\odot} \left( \frac{1 + z_{\text{vir}}}{20} \right). \quad (1.27)$$

よって、この条件が満たされる場合には、ガスは重力収縮の過程で、自由落下時間が経過するまでは水素分子形成を起こすことができる。このとき、形成される水素分子の割合は  $\text{H}^-$  反応 (式 (1.18)) の反応係数  $k_{\text{f}}(T)$  を用いて、

$$y_{\text{H}_2} \simeq \frac{d}{dt} \left( \frac{n_{\text{H}_2}}{n_{\text{H}}} \right) t_{\text{ff}} = k_{\text{f}} n_{\text{H}} y_e t_{\text{ff}}, \quad (1.28)$$

となる。最終的に温度を用いた冷却条件は以下で与えられる:

$$n_{\text{H}}^2 y_e t_{\text{ff}}^2 > \frac{1}{\gamma - 1} \frac{k_{\text{B}} T}{k_{\text{f}} \Lambda_{\text{H}_2}} \quad (1.29)$$

Susa [2018] は密度ゆらぎの振幅が  $1\sigma$ ,  $2\sigma$ ,  $3\sigma$  のそれぞれの場合において、ハローの重力収縮が起こる赤方偏移とそれに対応する最小ハロー質量を冷却条件を用いて見積もった。その結果、 $3\sigma$  以上の密度ゆらぎを持つ領域を最も早く収縮が起こる領域とみなすと、初代星形成に必要なハローの最小質量  $M_{\text{min}}$  は赤方偏移  $z \gtrsim 20$  で  $\sim 10^6 M_{\odot}$  となることがわかった。これが式 (1.15) で  $M_{\text{h}} = 10^6 M_{\odot}$  を用いた理由である。さらに、式 (1.27) の質量下限値に比べて  $10^6 M_{\odot}$  がずっと大きいことから、水素分子で十分にハローを冷却して、収縮を起こすための条件を満たしている限り、冷却過程における自由電子の枯渇は無視できることがわかる。

### 1.1.3 Prestellar コアの形成

重力収縮の初期段階では、 $\text{H}_2$  の放射冷却によってガス雲は急速に冷却されるが、密度が低いため、 $\text{H}_2$  の準位はまだ局所熱平衡 (LTE) に従って分布していない。 $\text{H}_2$  による放射冷却率は分子輝線の線放出率であり、以下の式で与えられる。

$$n_{\text{H}} n_{\text{H}_2} \Lambda_{\text{H}_2} \equiv \sum_{i < j} h\nu_{ji} A_{ji} n_{\text{H}_2, j}. \quad (1.30)$$

ここで、 $h\nu_{ji}$  は  $i$  番目の準位と  $j$  番目の準位のエネルギーギャップ、 $A_{ji}$  は  $j$  番目の準位から  $i$  番目の準位への自然放出率を表す。 $n_{\text{H}_2, j}$  は、 $j$  番目の準位の  $\text{H}_2$  の数密度である。

励起準位  $j$  での  $\text{H}_2$  の数密度は詳細釣り合いの式で与えられる:

$$\sum_i (A_{ji} + n_{\text{H}} C_{ji}) n_{\text{H}_2, j} = \sum_i n_{\text{H}} n_{\text{H}_2, i} C_{ij}. \quad (1.31)$$

$C_{ji}$  と  $C_{ij}$  は衝突励起/脱励起の反応速度係数である。低密度の極限、つまり  $A_{ji} \gg n_{\text{H}} C_{ji}$  では、励起状態の  $\text{H}_2$  の数密度は以下で与えられる。

$$n_{\text{H}_2, j} = \frac{\sum_i n_{\text{H}} n_{\text{H}_2, i} C_{ij}}{\sum_i A_{ji}}. \quad (1.32)$$

基底状態 ( $i = 1$ ) の数密度は他の準位に比べて非常に大きいので、基底状態のみを  $i$  番目の準位として考える。その結果、低密度極限での冷却率は次のようになる。

$$n_{\text{H}} n_{\text{H}_2} \Lambda_{\text{H}_2} (n_{\text{H}} \rightarrow 0) \simeq n_{\text{H}} n_{\text{H}_2} \sum_j h\nu_{ji} C_{1j}. \quad (1.33)$$

この場合、単位体積あたりの冷却率は  $\Lambda_{\text{H}_2} \propto n_{\text{H}}^2$  のようにスケールする。

十分な量の  $\text{H}_2$  が形成されると、冷却によって中心ガス雲が収縮する暴走的な過程が起こる。この段階は、 $\text{H}_2$  分子と他の化学種の衝突が頻発するようになると終わる。この高密度極限、つまり  $A_{ji} \ll n_{\text{H}} C_{ji}$  では、衝突による励起/脱励起率がほぼ釣りあい、局所的な熱平衡状態 (LTE) が実現する。このことから、 $\sum_i C_{ji} n_{\text{H}_2, j} = \sum_i C_{ij} n_{\text{H}_2, i}$  という関係が成り立つ。従って、様々なエネルギー準位の分子の数の比は温度のみに依存し、その冷却関数は以下で与えられる。

$$n_{\text{H}} n_{\text{H}_2} \Lambda_{\text{H}_2} \simeq \sum_{j>i} \sum_i n_{\text{H}_2, i} h\nu_{ji} A_{ji} C_{ji} / C_{ij}. \quad (1.34)$$

この場合、単位体積あたりの冷却率は  $\Lambda_{\text{H}_2} \propto n_{\text{H}}$  のようにスケールする。このとき、冷却時間  $t_{\text{cool}}$  は  $\propto n_{\text{H}}^0$  となり、密度進化に対して一定であるが、自由落下時間は重力収縮が進むにつれて短くなる ( $t_{\text{ff}} \propto n_{\text{H}}^{-1/2}$ )。よって、重力収縮の過程でガス温度は徐々に高くなる (次節も参照)。

以上のことから、冷却率の密度に対する依存性は次のように定義される臨界密度  $n_{\text{cr}}$  を境目として変化する:

$$n_{\text{cr}} C_{ji} \simeq A_{ji}. \quad (1.35)$$

臨界密度の値は  $n_{\text{cr}} \simeq 10^4 \text{ cm}^{-3}$  となり、この段階でガスは  $\simeq 200 \text{ K}$  まで冷却されている。ガスの重力収縮におけるこの段階は、重力収縮が一時的に遅くなるので、loitering phase と呼ばれている [Bromm et al., 2002]。この臨界密度と温度において、Jeans 質量は  $\simeq 10^3 M_{\odot}$  程度であり、外縁部の低密度領域から中心部にこの質量が蓄積されると、雲は再び重力収縮を始める。

## 1.2 暴走的収縮と原始星形成

この節では、loitering phase から原始星形成までのさらなる自己重力収縮について述べる。

### 1.2.1 暴走的収縮段階における冷却過程

前節でも述べたように、loitering phase の後、Jeans 質量以上の十分な質量をガス雲が獲得すると、自己重力による収縮が始まる。その際のガス雲の収縮のタイムスケールは自由落下時間 ( $t_{\text{ff}} \propto n_{\text{H}}^{-1/2}$ ) に比例するため、重力収縮が進み、密度が上がるにつれて短くなる。このとき、高密度領域が先に重力収縮し、低密度領域が後に続くような描像のため、この収縮は暴走 (逃走) 的収縮と呼ばれる。

この重力収縮過程において、主なガスの加熱メカニズムはガスの断熱圧縮による加熱である。単位体積あたりの断熱圧縮加熱率は質量密度  $\rho$  と圧力  $p$  を用いて次のようになる。

$$\Gamma_{\text{adi}} = \rho p \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{\rho} \right) \sim \frac{p}{t_{\text{ff}}} \propto n_{\text{H}}^{1.5}. \quad (1.36)$$

対して、LTE 下での単位体積あたりの冷却率  $\Lambda_{\text{H}_2}$  は  $\propto n_{\text{H}}$  でスケールする。よって、 $n_{\text{H}} \gtrsim n_{\text{cr}}$  におけるガス雲の温度は密度の増加にしたがって、非常にゆっくりと上昇する。

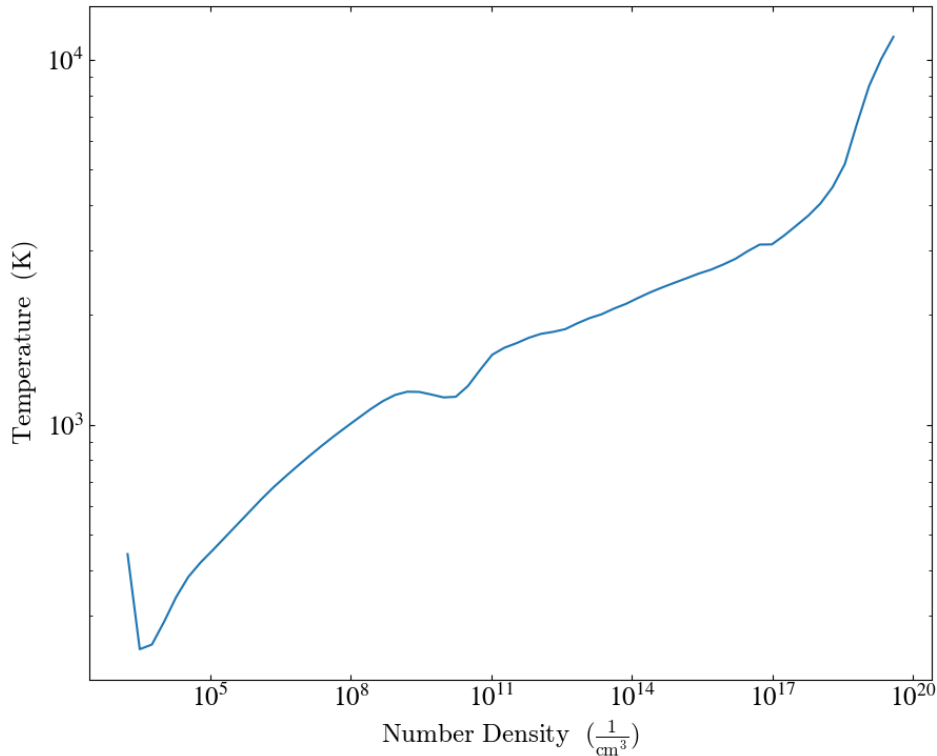


図 1.1 収縮過程における始原ガス雲の温度進化の例。計算モデルは後述の 3.2.2 節を参照。密度の増加とともにゆっくりと温度も上昇し、最終的には急激な加熱とともに原始星が形成される。

ガス雲の数密度が  $n_{\text{H}} \sim 10^8 \text{ cm}^{-3}$  に達したあと、水素の三体反応が起こり、ほぼすべての水素原子を水素分子に変換し始める [Palla et al., 1983]:



急激に  $\text{H}_2$  の割合が増加することで、 $\text{H}_2$  の輝線による冷却率も同様に急激に増加する。

しかし、それぞれの形成過程は  $\text{H}_2$  分子の 4.48 eV の結合エネルギーの解放を伴うので、結果として冷却は加熱によって相殺される。よって正味の効果は水素分子の割合が 1 に近づくにつれて、温度がゆるやかに低下することとなり、この効果によって状態方程式のソフトニング（密度-温度図における傾きが緩くなること）が起こる。このとき、断熱指数（または比熱比）は分子によって追加された内部自由度を反映し、原子の場合の 5/3 から 7/5 に変化する。

$n_{\text{H}} \sim 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  を超えると、ガスは分子の輝線に対して完全に不透明になる。このような高密度では、粒子同士の衝突が非常に高頻度で起こる。このとき、2つの  $\text{H}_2$  分子の衝突ペアは、van der Waals 力によって誘起される電気双極子モーメントが存在する過渡状態「超分子」を形成する。その結果、衝突誘起放出 (collision Induced Emission: CIE) とその逆の吸収過程 (Collision Induced Absorption: CIA) が起こり、孤立した  $\text{H}_2$  分子の四重極放射よりも高い遷移確率によって、より効率的に輝線を放出/吸収できるようになる。このとき超分子からの放射は線幅が十分に大きいため、連続放射となる。

ガスを冷却する最後の過程は、水素分子の衝突解離であり、 $n_{\text{H}} \gtrsim 10^{15-16} \text{ cm}^{-3}$  で効率的になる。この過程では、1分子あたり 4.48 eV の結合エネルギーが解離によって系から取り除かれる。最終的に、 $n_{\text{H}} \gtrsim 10^{19-20} \text{ cm}^{-3}$

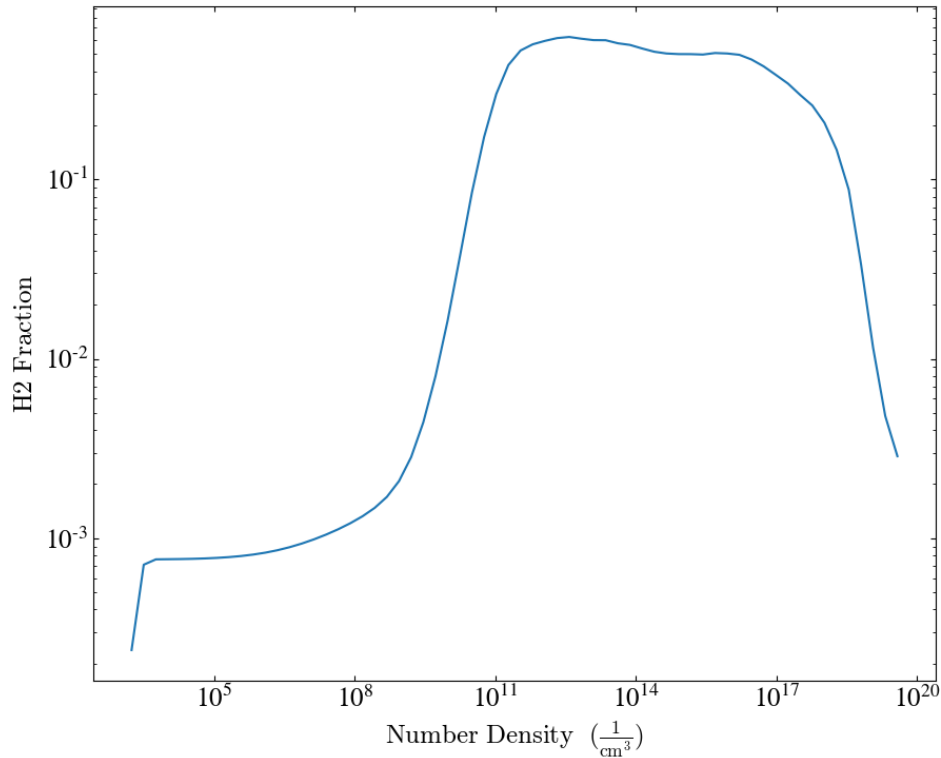


図 1.2 図 1.1 に対応するガス中の水素分子の割合の進化。

において水素分子の大半が解離した段階で中心部のガスは断熱的になり、降着衝撃波によって雲の中心に初期質量  $\simeq 0.001 M_{\odot}$  の典型的な原始星が形成される。それぞれの過程の結果として、星形成コア形成後の水素個数密度の進化に対する温度進化を図 1.1 に、それに対するガス中における水素分子の割合の進化を図 1.2 に示す。

### 1.2.2 暴走的収縮段階における密度進化と原始星

暴走的収縮過程において、ガスの密度分布は Larson-Penston 解 [Larson, 1969, Penston, 1969] のように自己相似的に進化し、その半径-密度プロファイルは図 1.3 のように中心が一様で、外側で  $n_{\text{H}} \propto r^{2/(2-\gamma_{\text{eff}})}$  となるようなものとなる [Yoshida et al., 2008]。温度は圧力が  $P \propto n_{\text{H}}^{\gamma_{\text{eff}}}$  となるような単一の冪乗則におおよそ従うように変化する。多くの先行研究において、冷却と加熱のバランスから  $\gamma_{\text{eff}} \simeq 1.09 - 1.1$  となることが示されている (e.g., Omukai and Nishi 1998, Yoshida et al. 2006)。

一度原始星が形成されると、大量のガスが原始星に降着し、原始星は急速に質量を獲得することで成長する。このとき、ガス雲中の Jeans 質量が全て自由落下時間で一つの原始星に降着すると考えると、質量降着率  $\dot{M}$  は、ガス雲の音速  $c_s$  を用いて、 $\dot{M} \sim M_{\text{J}}/t_{\text{ff}} \sim c_s^3/G \propto T^{3/2}$  と見積もることができる。実際に初代星形成環境での典型的な値を代入して見積もると、降着率はおおよそ  $10^{-3} - 10^{-2} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$  となる。この急速な降着は原始星形成後  $10^5$  年まで続き、星の質量は  $10^{2-3} M_{\odot}$  まで成長する [Yoshida et al., 2008]。この原始星形成までのガス雲の重力収縮が起こる段階を前期段階（あるいは収縮期）、その後を後期段階（あるいは降着期）と呼ぶ。上記の Larson-Penston 解は前期段階の自己相似的なガス密度の進化を解いた解である。

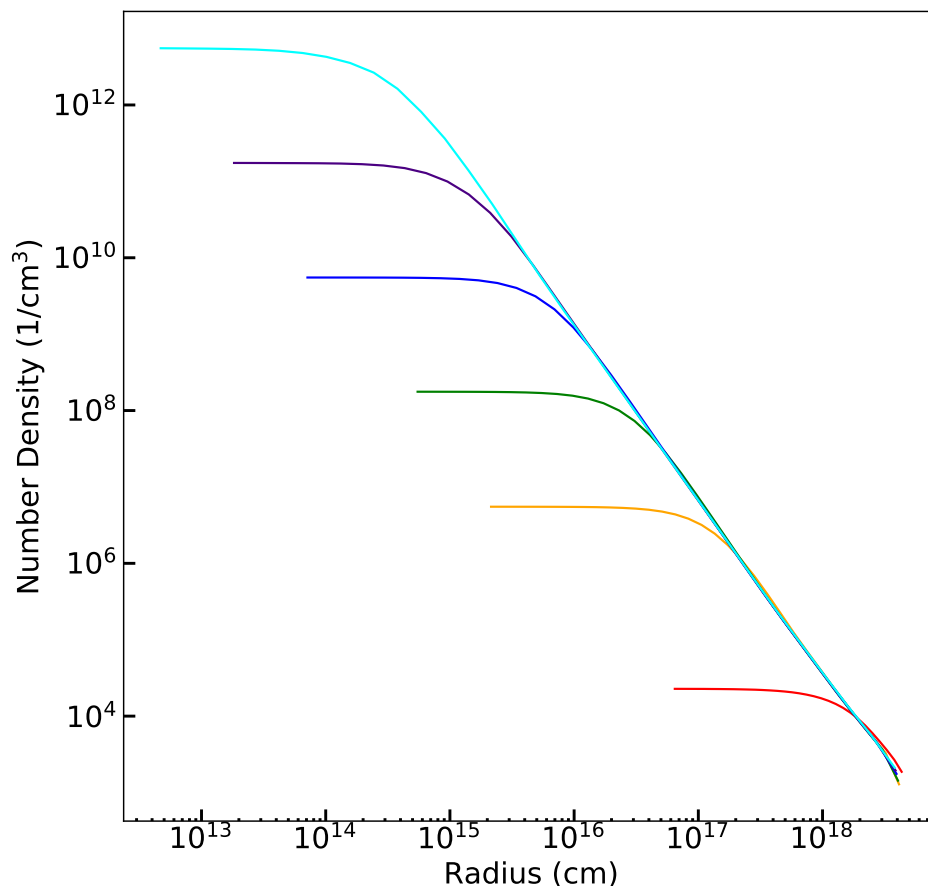


図 1.3 静止した理想的な 3 次元等温 Bonner-Ebert 球を初期条件としたガス雲の密度プロファイルの時間進化。ガス雲は自己相似的に重力収縮する。

## 1.3 初代星形成環境における乱流

### 1.3.1 乱流の駆動

ミニハローにおける乱流はまず始原ガスがピリアル化したときに発達すると考えられている。Wise and Abel [2007], Greif et al. [2008], Klessen and Hennebelle [2010] などによる数値計算の結果は、フィラメントからハローへのガスの降着流が乱流を駆動することを示している。ピリアル化の際の降着流はピリアル半径の 25% 程度まで達し、非等方な流れによって乱流を発達させる。このような過程を経て、ハロー中心部のガス雲は乱流を伴った重力収縮を起こす。その初期乱流速度は亜音速程度であることが先行研究から示されている [Wise and Abel, 2007, Greif et al., 2008]。

発達した乱流は、多くのスケールの渦の集合体と理解することができる。一般に、乱流は何らかのエネルギー注入によって最も大きなスケールで駆動され、最終的に流体の粘性スケールで散逸し熱エネルギーに変換される。注入スケールと粘性スケールの間では、一定のエネルギー流束が減衰することなく大きなスケールから小さなスケールへとカスケードしていく。この領域を慣性領域と呼ぶ。それぞれの乱流渦は、それぞれ対応する振幅を持ち、波数空間上における慣性領域では乱流運動エネルギースペクトルは特徴的なべき乗則の形状を持つ。例えば、亜音速乱流の Kolmogorov 則 ( $\propto k^{-5/3}$ , Kolmogorov 1941) や超音速乱流の Larson 則 ( $\propto k^{-2}$ , Solomon et al. 1987) がよく知られている。ここで  $k$  は波数である。前者は解析的に得られたものであり、後者は現代の天の川銀河の分子雲の観測によって示されたものである。始原ミニハローの乱流も Larson 則の乱流と同様のスケールリング則を持つ。Prieto et al. [2011] は、ハロー形成の数値計算を行い、ピリアル化の際の乱流の速度と系のサイズの関係が Larson 則に従うことを示した。

### 1.3.2 収縮期における乱流の増幅

一般に、乱流は時間とともに散逸・減衰するため、星形成過程において乱流の最終振幅は初期振幅よりも弱くなると予想される。例えば、一様密度のガスが分布する計算領域全体を一定の運動エネルギーで駆動し続け、時間進化を調べる turbulent-in-a-box シミュレーションでは、飽和状態まで駆動された乱流は、外力が加わらないか、または駆動エネルギーが減衰エネルギーよりも小さい場合、時間とともに散逸・減衰することが示されている (e.g., Mac Low et al. 1998, Mac Low 1999b, Stone et al. 1998)。

しかしながら、一方で、Federrath et al. [2011b] によるガス雲の重力収縮シミュレーションでは、収縮期開始時に音速程度の乱流速度が重力収縮を通して増幅されることが示された。Turk et al. [2012] でも同様に、乱流の渦度（速度場の回転）が収縮期において増幅されることが示されている。さらに、Greif et al. [2012] による宇宙論的シミュレーションでも、収縮期において最初は亜音速であった乱流速度が増幅され、収縮期の終わりには音速を超えることが示された。しかし、Turk et al. [2012] や Greif et al. [2012] では、乱流の増幅のメカニズムについては言及していない。他方、Federrath et al. [2011b] は、重力エネルギーが乱流のエネルギーに変換される詳細なメカニズムについては言及していないものの、収縮期において、重力収縮によって与えられた運動エネルギーが徐々にソレノイダルモードの運動エネルギーに変換され、乱流を増幅することを示唆した。

ここで、1.3.1 節で述べた乱流の駆動メカニズムが、収縮期には適用できないことに留意する必要がある。確かにフィラメントからハローへのガスの降着流は乱流を駆動するが、これは密度が低い領域 ( $n_{\text{H}} \sim 10^3 \text{ cm}^{-3}$ ) で起こる。重力収縮するコアの自由落下時間は、ハローへの質量降着の動的時間、すなわち、ミニハローのガス雲の密度を平均した自由落下の時間スケール  $\sim 1.5(n_{\text{H}}/10^3 \text{ cm}^{-3})^{-1/2} \text{ Myr}$  に比べて、 $\lesssim 4.7(n_{\text{H}}/10^8 \text{ cm}^{-3})^{-1/2} \text{ kyr}$  と非常に短い。従って、降着駆動の乱流は高密度のコアにはほとんど影響せず、降着流とは別の駆動源によって乱流が増幅されるはずである。

この駆動源を明らかにするため、Robertson and Goldreich [2012] は、理想化されたモデルを用いて、一様に収縮する空間における乱流の振る舞いを調べた。彼らは、初期長さ  $L$  の立方体の物理的サイズと座標スケールファクター  $a$  を、時間に依存する Hubble パラメーター  $H (= \dot{a}/a)$  を通して変化させることで、気体の自己重力を解く代わりに系を人工的に収縮させるシミュレーションを行った。標準的な宇宙論的摂動理論では、膨張する宇宙での速度ゆらぎは、いわゆる Hubble ドラッグによって減衰する (式 (2.2) の左辺第二項を参照)。Hubble ドラッグは、ガス粒子が距離の離れた隣粒子に追いつこうとするために、時間とともに特異速度が低下することから生じる (詳細は 2.2 節)。彼らはこの効果を膨張する系ではなく、収縮する系で考え、負のドラッグが速度ゆらぎを増幅すると予想した。つまり、一様に膨張する宇宙では減衰する速度ゆらぎが、一様に収縮する宇宙を考えると逆に増幅すると考えたのである。これをシミュレーションで調べるために、一様な収縮を特徴づける Hubble パラメータ ( $H < 0$  で収縮) と、乱流の典型的な減衰の時間スケールである渦の回転周波数  $\omega_{\text{eddy}} \sim v_{\text{rms}}/aL$  の比を取り、比較した。ここで  $v_{\text{rms}}$  は二乗平均平方根 (Root-Mean-Square) 乱流速度である。

彼らは、「遅い指数関数的収縮」、「速い動的収縮」、「速い指数関数的収縮」の  $H$  が異なる 3 つのシナリオについてそれぞれシミュレーションを行った。これはそれぞれ、(1):  $H = \text{Const} \ll \omega_{\text{eddy}}$ , (2):  $H \propto \sqrt{\rho}$ , (3):  $H = \text{Const} \gg \omega_{\text{eddy}}$  に対応する。この中で最も重要なシナリオは、「速い動的収縮」シナリオであるが、これは  $\propto \sqrt{\rho}$  の比例関係がガスの自由落下時間に等しいためであり、最も現実的だからである。

結果として、乱流速度は  $|H| > \omega_{\text{eddy}}$  の場合に増幅することが明らかとなった。遅い収縮モデルでは、大スケールの乱流渦が循環し、非線形相互作用によってエネルギーが小スケールに輸送され、系が大きく収縮する前にエネルギーが散逸する。収縮が速い場合、エネルギーの大部分を持つ乱流渦は断熱的に圧縮されることによってエネルギーを獲得し、散逸は主にエネルギー全体に寄与しない小スケールで働き、乱流速度は増加する。この結果から、渦の回転周波数は収縮周波数と最終的に同期する可能性が示唆される。これらの効果は乱流の「断熱加熱」と呼ばれ、大スケールでの駆動が存在しないガスの乱流を維持するメカニズムになるかも可能性がある。



また、[Birnbom et al. \[2018\]](#) や [Mandal et al. \[2020\]](#) はガスが磁場を持つ場合の断熱加熱について研究を行った。彼らは、断熱加熱機構が磁気流体力学において有効であることを示した。さらに、彼らの結果は、十分に発達した磁気乱流では、流れの散逸率はほぼゼロになり、圧縮によって単位質量あたりの運動エネルギーと乱流マッハ数が継続的に増加することを記述している。この事実は、断熱加熱機構が磁気乱流でより効率的であることを示唆しており、超音速でも乱流を維持できる可能性がある。しかし、現実的なガス雲の自己重力的収縮において、断熱加熱機構によって乱流が増幅されるかどうかについては、これまで調べられていなかった。

### 1.3.3 初代星形成における乱流の効果

一般に、乱流はそのせん断運動によってガス雲の分裂を促進する。しかし、始原環境では、収縮期での分裂は現在の環境よりも難しい。これは、[1.3.1](#) 節で紹介したように、乱流の強さがせいぜい亜音速程度であり、また始原ガスの熱進化の近似値である  $\gamma_{\text{eff}} \sim 1.1$  が重力による変形の不安定性に対してマージナルではあるが安定であるからである [[Lai, 2000](#), [Hanawa and Matsumoto, 2000](#)]。収縮期での分裂の可能性は、[Turk et al. \[2009\]](#) や [Greif et al. \[2013\]](#) の数値シミュレーションを用いた研究によって示されている。彼らの研究では、ピリアル化の際に発達した乱流が分裂を促進し、重力収縮する雲の中で星の伴星となる可能性のあるいくつかのサブフラグメントを生じさせることが主張されている。しかし、彼らは数値計算のコストの高さを回避するために、原始星形成までのガス雲の進化を追っていない。形成されたサブフラグメントがその後原始星形成まで合体せずに存在できるかは自明ではない。そのため、実際に乱流が収縮期に分裂を起こし、複数の原始星形成を起こすことができるかについては未解明である。

収縮期とは対照的に、原始星形成後の降着期における、乱流が分裂に与える影響についての研究が多数存在する。前節まででは、始原環境における高い降着率は、一般に単一の大質量初代星を形成することを示した。しかし、最近の高分解能シミュレーションの結果によると、その後の降着期にガスが無視できない大きさの角運動量を持ったまま星に降り注ぐため、流れがすぐに中心星にぶつかることはない。その代わりに、回転によって支えられた円盤が中心星の周囲で内側から外側へと成長する。このように、円盤の外側から継続的に質量が供給されることで、円盤の質量が増加する。高い降着率によって、円盤は大域的な重力安定性の基準である Toomre- $Q$  の基準、 $Q = c_s \kappa / (\pi G \Sigma) \gtrsim 1$  に違反する状態になる。ここで  $\kappa$  と  $\Sigma$  は、それぞれ円盤のエピサイクリック振動数と面密度である。 $Q \lesssim 1$  の場合、円盤は重力的に不安定になり、渦状腕の発達や、円盤の分裂が起こる。これに加えて、降着期に乱流による摂動が加わると、乱流によって生成される高密度領域での重力収縮が加わることで全体として分裂が促進されることが予想される。

実際に [Clark et al. \[2011a\]](#) が、乱流の初期マッハ数によって降着期における分裂の程度がどのように変化するかを調べたところ、乱流強度が高いほど分裂片の数が大きくなる傾向があることが分かった。しかし、その一方で、円盤の分裂は非常にカオス的でもある。[Wollenberg et al. \[2020\]](#) は、乱流の運動エネルギーと回転エネルギーの初期値によって、円盤の分裂がどのように変化するかをパラメータサーベイによって調べた。その結果、乱流運動エネルギーが増加すると分裂が促進され、回転エネルギーが増加すると分裂が抑制されるという傾向を明らかにした。乱流自身が回転エネルギーを含むため、単純な角運動量の増加が必ずしも円盤の分裂を促進するとは限らないが、乱流は円盤の分裂を促進する傾向にある。

このように、乱流は初代星の形成において非常に重要な役割を果たしていると言える。そのため、初期質量関数 (IMF) に影響を与える降着期初期における乱流の強度を正確に見積もることは初代星形成の研究において重要な課題と言える。

## 1.4 初代星形成環境における磁場

### 1.4.1 宇宙初期における磁場の生成

現代の宇宙における観測の結果は、普遍的な磁場の存在を示している。その磁場のエネルギー密度は、少なくとも 1kpc 以上の空間スケールでは、熱や宇宙線のエネルギー密度に匹敵することが多い [Stepanov et al., 2014]。さらに、磁場は惑星や恒星から星間、銀河間スケールに至るまで、様々な空間スケールで観測されている。

宇宙の進化史における磁場の駆動/生成については、様々な理論が提唱されている。まず考えられるのが、宇宙のインフレーションとともに磁場が発生したというものである [Widrow et al., 2012]。この場合、宇宙空間の広がりとともに磁場の強度は磁束の保存則によって急激に減少し、微小な種磁場となる。他には、量子色力学の理論によって、観測された銀河間磁場の下限値  $\sim 10^{-15}$  G を上回る磁場の発生が提唱されている [e.g., Wagstaff et al., 2014] が、その推定はやや不確かな理論基盤の上に成り立っている。上記のような宇宙論的な種磁場の起源だけでなく、プラズマ過程による磁場の生成メカニズムも提唱されている。例えば、Biermann battery と呼ばれる、電子密度と圧力の非平行な勾配から生ずる電場を介して磁場を発生させるメカニズム [Biermann, 1950] や、初代星形成後の輻射フィードバックによる磁場の生成などである [Ando et al., 2010, Doi and Susa, 2011]。初代星形成環境では、ミニハローがビリアル化する際のビリアル衝撃波によって密度と圧力の非平行勾配が発生し、 $\sim 10^{-18}$  G 程度の磁場が Biermann battery により生成されると予想されている [Kulsrud and Anderson, 1992]。

いずれにせよ、生成される磁場は非常に微弱であり、仮に磁束の保存によって、収縮過程で磁場強度が増加し続けたとしても、初代星形成には影響を及ぼさないと考えられてきた。しかしながら、近年の研究により微弱な磁場が乱流によって増幅されることにより、初代星形成に影響を与える可能性が示唆された。次節では、このメカニズムや関連する先行研究の結果について述べる。

### 1.4.2 磁場の増幅

磁場を増幅するための最も有力なメカニズムは、乱流による磁場の増幅である。これは、磁場と凍結したガス内の乱流が磁力線をランダムに伸ばしたり、ねじったり、折りたたんだりすることで、乱流の運動エネルギーを磁場のエネルギーに変換するものである。これは始めに非常に小さな空間（拡散/粘性）スケールで起こるため、small-scale ダイナモあるいは乱流ダイナモと呼ばれる。

Small-scale ダイナモにおける成長率は、ダイナモが起こる空間スケールとそれに対応する時間スケールの長さによって決定され、また流体の粘性スケール  $\ell_\nu$  と磁場の散逸スケール  $\ell_\eta$  の相対的な大きさに依存している [Kulsrud and Anderson, 1992, Schober et al., 2012]。これらの比は以下で定義される磁気 Prandtl 数によって与えられる。

$$\text{Pm} \equiv \frac{\nu}{\eta} = \frac{\text{Rm}}{\text{Re}}. \quad (1.38)$$

ここで、乱流が駆動スケール  $L$  で  $V$  の速度を持っていると仮定すると、Reynolds 数  $\text{Re}$  と磁気 Reynolds 数  $\text{Rm}$  はそれぞれ、動粘性率  $\nu$  と磁気抵抗率  $\eta$  によって

$$\begin{aligned} \text{Re} &= \frac{VL}{\nu} \\ \text{Rm} &= \frac{VL}{\eta} \end{aligned} \quad (1.39)$$

として与えられる。上記のそれぞれのスケールは、それぞれ対応する Reynolds 数と乱流速度のスペクトル指数

$\vartheta$  を用いて、以下のように与えられる。

$$\begin{aligned}\ell_\nu &= \text{Re}^{-1/(1+\vartheta)} L \\ \ell_\eta &= \text{Rm}^{-1/(1+\vartheta)} L\end{aligned}\quad (1.40)$$

よって Prandtl 数は  $\vartheta$  を用いて、 $\text{Pm} = (\ell_\nu/\ell_\eta)^{1+\vartheta}$  と書くことができる。ダイナモによる増幅過程は、この Prandtl 数の 2 つの極限によって二分される。

$\text{Pm} \gg 1$  では、粘性スケール  $\ell_\nu$  が最小スケールとなり、そのスケールで最も速く増幅が起こる。この場合、磁場の成長率  $\Gamma$  は、粘性スケールでの乱流速度  $v_\nu \propto (\ell_\nu/L)^\vartheta$  を用いて、

$$\Gamma = \frac{v_\nu}{\ell_\nu} \propto \text{Re}^{(1-\vartheta)/(1+\vartheta)}.\quad (1.41)$$

一方、 $\text{Pm} \ll 1$  では磁気散逸スケールでの増幅が支配的となり、

$$\Gamma = \frac{v_\eta}{\ell_\eta} \propto \text{Rm}^{(1-\vartheta)/(1+\vartheta)}.\quad (1.42)$$

となる。

この small-scale ダイナモの決定的な定式化は Kazantsev [1968] によって行われた。この研究では、磁気流体方程式の中の誘導方程式から乱流磁場の 2 点相関関数の時間発展を記述した、所謂 Kazantsev 方程式が導出された。その後、Kulsrud and Anderson [1992] によって、 $\text{Pm} \gg 1$  での Kazantsev 方程式の近似解が示された。それによって得られる磁気エネルギー  $\varepsilon_M$  の時間発展は以下で与えられる。

$$\varepsilon_M = \frac{1}{2} \int_0^{k'} M(k, t) dk.\quad (1.43)$$

ここで、 $M(k, t)$  は磁気エネルギースペクトルであり、初期磁気エネルギー  $\varepsilon_{M,0}$  が波数空間で乱流の最小渦サイズ  $k_\nu$  に集中していると仮定し、 $M_0 = \varepsilon_{M,0}/k_\nu$  を用いて以下で与えられる。

$$M(k, t) = M_0 \exp\left(\frac{3}{4} \int \Gamma dt\right) \left(\frac{k}{k_\nu}\right)^{\frac{3}{2}}.\quad (1.44)$$

初代星形成環境では、一般に流体の電離度が高く [Maki and Susa, 2004, 2007, Susa et al., 2015, Nakauchi et al., 2019]、高  $\text{Pm}$  であると考えられているため、上記の式では、最小のスケールが粘性スケールであるとみなしている。また、上記の式から、磁場の時間発展にかかわらず、磁気エネルギーは特徴的なスケールリング則 ( $\propto k^{3/2}$ ) を持つことがわかるが、これは、Kazantsev スペクトルと呼ばれている。増幅された磁場は、波数空間上の  $k_\nu$  でピークを持ち、低波数側にエネルギーが拡散/逆カスケードすることによってこのスペクトルが実現する。この急激な磁場の成長はまた、運動論的ダイナモとも呼ばれ、この成長が起こる段階を運動論的段階と呼ぶ。運動論的段階は粘性スケールにおいて磁場のエネルギーが乱流のエネルギーに匹敵するまで続く。この運動論的ダイナモによって、 $n_H \sim 1 \text{ cm}^{-3}$  のガスで最大で  $\sim 10^{-6} \text{ G}$  まで磁場が増幅されることが示されている [Schober et al., 2012]。

最小スケールの乱流渦での磁気エネルギーと乱流エネルギーが同程度 (これを equipartition と呼ぶ) になると、Lorentz 張力による磁力線の伸張の抑制が強くなり、このスケールでの渦のせん断運動が抑制される。その結果、より大きな乱流エネルギーを持つ次のスケールの渦が、新たな equipartition が成立するまでの間、ダイナモによる成長を引き継ぐことになる。このスケールごとの equipartition が達成される過程で、ダイナモの成長は非線形段階へと進み、乱流の駆動スケールで完全な equipartition に達すると予想される。乱流ダイナモのこの段階は、equipartition スケール以下のスケールにおいて、磁場が乱流渦に強いフィードバックを加えるという点で、非線形である。そのため、この段階を非線形段階と呼ぶ。非線形段階では、equipartition がちょうど達成されるスケール  $k_p$  で乱流カスケードから流出した運動エネルギーが磁気エネルギーに変換され、Kazantsev スペクトル

に従って低波数側に広がる。残りの運動エネルギーは磁気乱流のエネルギーカスケードを通してより高波数側に伝えられ、乱流運動エネルギースペクトルに従ったべき乗則を示す [Goldreich and Sridhar, 1995]。

微視的な磁気拡散のみが存在し、磁場が磁気エネルギーの散逸スケールよりも大きなスケールで乱流プラズマガスに凍結されたものとして扱える運動論的段階とは異なり、非線形段階では磁気乱流が発達し、高速乱流リコネクションが働く [Lazarian and Vishniac, 1999]。その結果、非線形段階では、磁場のオーム散逸と両極性拡散を陽に無視した理想 MHD 近似のシミュレーションでも、数値的に磁場の乱流拡散が起こり、磁場と乱流の凍結 (磁束の保存) が破られる [Xu and Lazarian, 2016, 2020, Stacy et al., 2022]。

非線形ダイナモによる成長は、磁気エネルギースペクトルのピークスケールが乱流の駆動スケールに達するまで続き、磁場は乱流と完全な equipartition に達し、飽和する。この段階では磁場と乱流エネルギーの比が一定になるため、比磁気エネルギーの大きさは乱流の比エネルギーのみに依存する。

$$\varepsilon_M \propto 4\pi\rho V(L)^2 \quad (1.45)$$

他方で、近年の磁場を考慮した降着期の研究では、収縮期のみならず、降着期においても磁場の急激な増幅が起こり得ることが示されている。Sharda et al. [2021] は、円盤に helical な乱流成分があれば ( $\int v \cdot \nabla \times v dV \neq 0$ )、降着円盤内でのせん断運動によるトロイダル磁場の巻き上げによって起こる  $\Omega$  効果 [Babcock, 1961] とポロイダル磁場を増幅させる  $\alpha$  効果 [Steenbeck et al., 1966] の組み合わせによって起こる  $\alpha$ - $\Omega$  large-scale ダイナモによって、small-scale ダイナモで生成された磁場が大スケールの磁場に変換され、降着期での急激な磁場の増幅が起こり得ることを示した。このような初代星形成環境での large-scale ダイナモの存在は、Liao et al. [2021] でも報告されている。しかしながら、どちらの研究においても、large-scale ダイナモを正確に捉えるための十分な解像度を確保できていないため、large-scale ダイナモによって実際にどの程度磁場が増幅されるかについては未だ不明である。また、Hirano and Machida [2022] は原始星後にガスが星近傍を公転することによって磁場が急速に巻き上げられ、10年で15桁も磁場強度が増幅され、さらに円盤の拡大とともにガスと凍結した磁場が外側に広がることで円盤の分裂を抑制することを示した。これらの結果は、円盤が helical な乱流成分が十分な角運動量を持っていれば、仮に原始星形成時に磁場が微弱であっても、その後のダイナミクスに影響を及ぼすほど強い磁場が発達することを示している。

### 1.4.3 初代星形成における磁場の効果

乱流ダイナモによる初代星形成環境での強磁場の存在が示唆されて以来、磁場の効果を考慮した様々な研究が行われている。

初代星形成環境の収縮期のシミュレーションでは、重力収縮の過程で磁束の保存による磁場強度の増加に加えて乱流ダイナモによって磁場強度が急激に増加することが確認された [e.g., Sur et al., 2010, 2012, Federrath et al., 2011b, Turk et al., 2012]。それらのシミュレーションでは、磁場の成長率には計算を実行する際の解像度が重要であることも確認され、Jeans 長を少なくとも 30 計算グリッドセル (この数を  $N_J$  とするが、その詳細は後述する) で解像できなければ、ダイナモの成長をうまく捉えることができず、また高い解像度ほど高い成長率になることが明らかにされた。これらは、運動論的ダイナモを調べたシミュレーションの結果であり、式 (1.41) から、成長率が数値計算の解像度で与えられる Reynolds 数 ( $\propto N_J^{4/3}$ ) [Haugen et al., 2004, Federrath et al., 2011b] に依存しているという点で合理的である。

他方、収縮期の開始時に強磁場が存在する場合、始原ガスのダイナミクスやの熱進化に影響を与えられ てきた。Schleicher et al. [2009] は、 $z = 1300$  での共動座標で初期磁場強度が 0.1 nG 以上と仮定した one-zone 計算モデル<sup>\*1</sup>において、磁場がハローの重力収縮を遅らせ、loitering phase 以降の密度では、両極性拡散加熱がガ

\*1 ガス雲の中心を模した 1 計算セルの密度を自由落下時間で人工的に上昇させ、そのセルでのエネルギー式を解いて熱化学進化を計算する手法 [e.g., Omukai, 2000]

ス雲の温度を著しく上昇させることを示した。一方、Nakauchi et al. [2019] は、より厳密な化学反応ネットワークを構築し、より詳細なガスの熱化学を one-zone 計算を用いて原始星形成密度まで追った。結果として、両極拡散加熱が無視できないほど強い磁場を持つガス雲では、重力収縮を遅らせて圧縮加熱を減少させる磁気圧力の効果がより重要になり、磁場がない場合よりも温度が低くなることを示した。これらの結果は one-zone モデルでの結果であり、三次元計算での再現が必要であったが、Sadanari et al. [2021, 2023] の化学進化を自己整合的に解きながら重力収縮過程を追った最新の高解像度三次元計算により、両極性拡散による加熱はガス雲の温度進化に影響しないことが明らかとなった。また、暴走的収縮開始時の磁場の強度が  $10^{-6}$  G 未満の場合は、収縮期のガスのダイナミクスに対する磁場の影響はそれほど大きくないことも示された。

降着期の始めに強磁場が存在する場合、様々な磁場の効果が原始星形成後のダイナミクスにおいて重要であると考えられている。1.3.3 節で述べたように、磁場を考慮しない場合、原始星形成後その周囲に形成される降着円盤では、降着が続き円盤が重力的に不安定になるか、もしくは角運動量を取り除かれ中心星にガスが落下するまで、遠心力と重力のバランスが成り立っている。一般的な磁場の効果として、もし強磁場が存在する場合、磁気制動によって円盤の角運動量を取り除かれることにより、中心星への質量降着が効率的になる。磁気圧が重力に匹敵するほど強い場合には、回転+磁場によって円盤が支えられることになり、磁場を考慮しない場合に比べて円盤の半径が拡大する。また、磁場によって星からのジェットやアウトフローによる質量（角運動量）の放出なども起こる。これらの単一星の場合に想定される効果だけでなく、星が連星などの多重星として生まれた場合には、連星間距離が縮まるなどの効果が起こりうる。実際に、磁場を考慮した初代星形成のシミュレーションによって、上記のような磁場の効果によって、分裂が抑制され、初代星 IMF が top-heavy になることが示されている。[Machida et al., 2008, Machida and Doi, 2013, Sadanari et al., 2021]。

しかしながら、これらの結果はあくまでも、磁場のみ、あるいは磁場とガス雲の回転のみを考慮した計算の結果であり、乱流の効果も考慮した場合にはその限りではない。前節でも述べたように、初代星形成環境における強磁場を生成するメカニズムは乱流によるダイナモであり、原理的に乱流の効果は無視することはできない。磁場と乱流の両方を明示的に考慮した最初の降着期の研究は Sharda et al. [2020] によって行われた。乱流を明示的に取り入れた場合、Machida and Doi [2013] の、同じ初期磁場強度の乱流を考慮しない計算に比べて分裂片の数が増加した。つまり、乱流を考慮しない磁気流体シミュレーションでは、流体シミュレーションと比べて分裂が大幅に抑制されるが、乱流+磁場のシミュレーションでは、磁場による分裂の抑制が軽度であると言える。言い換えると、1.3.3 節で述べたように、乱流の効果は一般的に降着期の分裂を促進する傾向にあるため、乱流による分裂の促進と磁場による分裂の抑制の競合の結果によって分裂の頻度は左右される。これは、初代星形成における乱流強度と磁場強度の比が IMF を左右する重要な要素であることを意味している。加えて、磁場の効果を考える上では、その磁力線の構造も重要である。Machida et al. [2006] や Sadanari et al. [2021] は、一様で強い初期磁場を仮定した初代星形成のシミュレーションにおいて、強力な outflow によって星質量が減少することを示している。一方で、Gerrard et al. [2019] による、磁力線の構造と outflow の駆動効率を調べた星形成シミュレーションでは、磁場が完全に乱れ、一様で coherent な成分を持たない場合には、ジェットが発生しないことが示されている。また、Prole et al. [2022b] による、降着期における磁場のスペクトルと分裂の頻度の関係を調べたシミュレーションは、 $\propto k^{3/2}$  の Kazantsev スペクトルを持つ磁場では、分裂を抑制できないことを示した。これらの結果は、乱流ダイナモによって発達した乱れた磁力線の構造を持つ磁場が outflow を駆動することや分裂を抑制することに対して不利であることを示唆している。しかしながら、Prole et al. [2022b] の研究では、原始星形成時に恣意的に特徴的なスペクトルを持つ磁場を導入しており、実際にダイナモによって増幅され、飽和した磁場がどのような磁力線の構造とスペクトルを持つかどうかについては自明ではない。

## 1.5 初代星の初期質量関数

これまで乱流や磁場の効果によって初代星形成時に重要となるガスの円盤の分裂プロセスについて見てきた。ガスの分裂プロセスは当然その分裂片、すなわちその後星に進化するガス塊の質量を規定する。したがって、初代星の質量分布あるいは初期質量関数 (IMF) はこの分裂プロセスに依存している。ここではその IMF の重要性について説明する。

星のスペクトル・光度などの性質や進化（寿命、超新星爆発を起こすかどうか、寿命のあとにどのような天体になるかなどの最終的な運命）はその質量でほとんど決定される。例えば、初代星の質量が  $0.8 M_{\odot}$  以下の場合には、寿命が宇宙年齢よりも長い場合、現在の天の川銀河系内に生き残っている可能性がある [e.g., Hartwig et al., 2015, Ishiyama et al., 2016]。星質量が  $8 - 40 M_{\odot}$  の範囲の場合、その星は重力崩壊型超新星爆発 (CCSN) とともに寿命を終え、星の内部で合成した鉄以下の原子番号の元素を宇宙空間に放出する [e.g., Heger et al., 2003]。その後、放出された元素を含むガスがハローの重力によってふたたび捕獲され、重力収縮した場合には太陽のおおよそ  $10^{-5} - 10^{-3}$  倍程度の金属量（重元素量）の第二世代の星が形成される [Chiaki et al., 2018]。さらに大質量で星質量が  $140 - 260 M_{\odot}$  の場合には、対不安定型超新星 (PISN) と呼ばれる、重力崩壊型超新星の 10 倍以上のエネルギーを放出する爆発を起こす。この高エネルギーの爆発の後には、鉄の量が過剰かつ原子番号が奇数の元素の量が少ない特異な元素存在比のパターンを示す星が形成されることが理論的に予測されているが、そのような星の確証のある観測は未だない [Nomoto et al., 2013]。他方で、星質量が上記の超新星爆発を起こす質量の間にある場合、もしくは  $260 M_{\odot}$  より高い場合には、direct collapse シナリオと呼ばれる初代星が直接ブラックホール (BH) になる現象が起こる [e.g., Heger et al., 2003]。近年の重力波天文学の登場とともに、このような初代星起源のブラックホールに注目が集まっている [e.g., Kinugawa et al., 2014]。そのような重力波を放出するブラックホール連星の形成シナリオにおいて、最終的にどの程度の質量比や離心率を持つ連星になるかなどの観測において重要なパラメータについては、主系列 (main-sequence) 段階での連星間の質量輸送などの進化に依存する。そのため、そのような連星進化を大質量初代星連星の主系列段階開始時 (ZAMS: zero-age main-sequence) から調べる研究も行われている [e.g., Inayoshi et al., 2017, Hijikawa et al., 2021, Tanikawa et al., 2021, 2022]。もし BH 連星の連星間距離が十分に短い ( $\lesssim 100$  太陽半径) 場合には宇宙年齢以内に合体を引き起こし、重力波を放出することができると考えられている [e.g., Sana et al., 2012, Kirihara et al., 2023]。

観測結果から初代星 IMF を議論する研究もまた活発に行われている。近年の JWST などの高解像度観測機器による超高赤方偏移の観測において、JWST 打ち上げ以前のモデル予想 [e.g., Yung et al., 2020] よりもはるかに多くの明るい銀河が観測されている [e.g., Curtis-Lake et al., 2023, Arrabal Haro et al., 2023]。この観測結果を説明するためのモデルとして、初代星起源と考えられる top-heavy な IMF が支持されている [Harikane et al., 2023, Cameron et al., 2023]。一方で、 $0.8 M_{\odot}$  以下の低質量初代星は現在観測されておらず、低質量初代星が存在しないことを示唆している。このことについて、Ishiyama et al. [2016] は、1つのミニハローに対して最大で1個程度しか低質量初代星が存在しないという制約を与えた。さらに、Magg et al. [2019] は現在の観測結果を説明するためには、1 ミニハローあたり  $10^{-2}$  個の割合でしか低質量初代星が存在できないことを示した。また、初代星の残骸から生まれる超金属欠乏星 (EMP 星) の元素組成比の観測結果は、ソースとなる初代星が主に数十太陽質量であったことを示唆している [e.g., Tominaga et al., 2014, Ishigaki et al., 2018]。さらに、近年観測されたブラックホール連星からの重力波は、これらのブラックホールが数十太陽質量であることを示しており、初代星連星が有力な起源であると考えられている [Kinugawa et al., 2014, 2021, Tanikawa et al., 2021]。したがって、これらの観測結果を説明する IMF の詳細な理論的予測が切望されている。

ここで例として、図 1.4 に Susa et al. [2014] における、宇宙論的シミュレーションから得られた 59 個のミニハロー内のガス雲に対して輻射流体シミュレーションを行って得られた IMF（原始星形成から  $10^5$  年後）と、それぞれ対応する質量レンジでの初代星の観測的痕跡の比較を示す。図より IMF は数十  $M_{\odot}$  にピークを持ち、ま

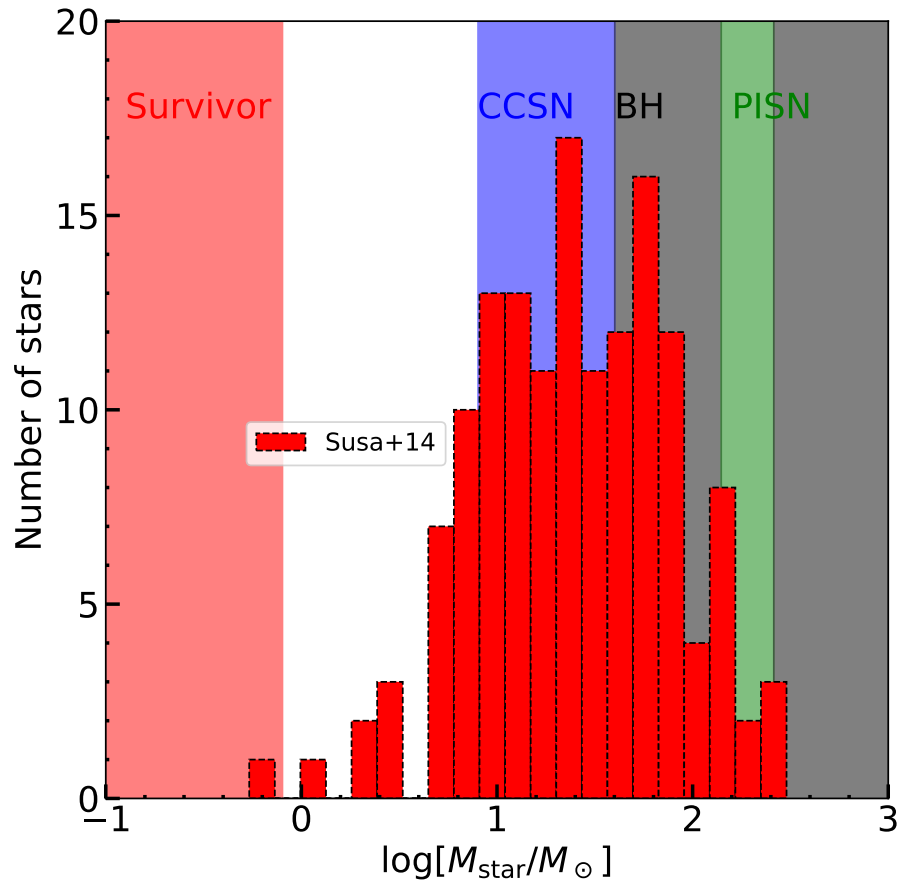


図 1.4 Susa et al. [2014] から得られた IMF とそれぞれ対応する質量レンジでの初代星が残す観測的痕跡。

た現在まで生き残ることができるほど質量の小さい初代星はほとんど形成されないことがわかる。しかしながら、このシミュレーションでは原始星形成をシンク粒子と呼ばれるサブグリッドモデルを用いて近似的に取り扱っている。シンク粒子による近似は、ガスを本来の原始星よりも低密度で星粒子に置き換えることで空間解像度や積分時間などの計算コストを抑えることのできる手法であるが、より小さいスケール（高密度領域）での分裂を考慮しないため、低質量側の星の数を過小評価する傾向にある。また、空間分解能が荒く、電離光子による加熱フィードバックを過小評価している。結果として、現実よりも質量降着が容易になっているため星質量を過大評価している。これらのことから、この計算では、 $0.8M_{\odot}$  以下の低質量初代星の数を過小評価している可能性がある。

## 1.6 本論文の目的と構成

これまでの序論で、初代星形成過程における乱流・磁場の進化や強度についてみてきたが、これらの物理的理解は十分とは言えない。本論文ではまず、初代星形成環境における乱流の増幅・飽和のメカニズムを明らかにし、そして最終的にそれらを考慮した一般化された磁場の増幅や飽和を明らかにする包括的な研究を行うことを目標とする。

第 2 章では、様々な初期乱流速度を持つ初代星形成雲の重力収縮を追う高解像度シミュレーションを、ポリトロピックな状態方程式を仮定して、様々な解像度、ソレノイダルモード比、初期乱流パワースペクトルで行い、重力収縮による乱流の増幅メカニズムを明らかにする。そのために、乱流速度の成長率、パワースペクトルの時間発展、ソレノイダルモードの割合の時間発展などの数値計算によって得られる結果と、「断熱加熱理論」を用いて解析的に得られた推定を比較する。

第 3 章では、第 2 章で行ったシミュレーションを拡張し、初期条件を増やしてさらに詳細に踏み込んで重力収縮を追うことによって、増幅された乱流の飽和メカニズムを明らかにする。同時に「断熱加熱理論」から乱流の

飽和マッハ数を導出し、数値計算の結果と比較する。

第 4 章では、上記の 2 章で得られた結果を踏まえ、重力収縮する初代星形成ガス雲における乱流を伴う磁場の進化を詳細に明らかにする。磁化された乱流始原ガス雲の重力収縮を、ポリトロピック状態方程式を仮定して、様々な解像度で追うシミュレーションを行う。さらに、磁場成長/飽和の解析的理論を一般化し、様々なポリトロップ指数と乱流パワースペクトルに対応できるように拡張したのち、数値計算の結果と比較する。

最後に、第 5 章で本論文の結論を述べ、今後の研究への示唆を与える。



## 第2章

# 重力収縮するガス雲コアにおける乱流の増幅

### Contents

2.1	本章の概要	19
2.2	解析的推定	20
2.3	計算手法	23
2.4	結果	25
2.4.1	全体的な密度構造	25
2.4.2	乱流の成長	26
2.4.3	ソレノイダル/圧縮モード	32
2.4.4	密度揺らぎ	34
2.4.5	離散化によってもたらされる計算ノイズ	35
2.4.6	初期スペクトル/ソレノイダル比の効果	38
2.5	本章の結果に対するの議論	40
2.6	本章のまとめ	42

### 2.1 本章の概要

前章で述べたように、乱流は降着期において、円盤に摂動と角運動量を与える。乱流によるランダムな速度場は、降着流が中心星に直接降着することを妨げる効果もある。これらの効果は円盤の分裂の様子を変えるが、これまでの数値シミュレーションのによれば、乱流は円盤の分裂を促進する傾向にある [Clark et al., 2011a, Riaz et al., 2018, Wollenberg et al., 2020]。一方、乱流は磁場の増幅によって間接的に分裂を抑制することにも寄与する。最新の高分解能シミュレーションによれば、宇宙初期の非常に弱い種磁場は、small-scale ダイナモ効果によって equipartition レベルまで増幅される可能性が示唆されている (e.g., Sur et al. 2010, 2012, Federrath et al. 2011b, Turk et al. 2012)。強いコヒーレントな磁場は、磁気張力によってガス雲の重力収縮の遅延や、磁気圧力によってエンベロープから中心星へのガス降着を抑制を引き起こし、アウトフロー/磁気制動によって原始星-円盤系から角運動量を除去する。これら磁場の効果はすべて、ガスと降着円盤の分裂を抑制し、単一の大質量星形成を促進する傾向がある。

Greif et al. [2012] は、この初代星形成において重要な乱流の速度が、収縮期に増幅されることで、初期に亜音速程度であった乱流速度が、収縮期の終わりには超音速に達することを示した。また、Turk et al. [2012] は、ガスの渦度が収縮期に増幅されることを示した。さらに、乱流によって変形したミニハロー内のガス雲の形態を数値計算で正確に解像するためには、十分な解像度が必要であることを示した。しかし、これらの結果をもたらす乱流の駆動メカニズムはあまり研究されていない。

他方で、Robertson and Goldreich [2012], Birnboim et al. [2018], Mandal et al. [2020] は、理想化されたモデルを用いて、等温ガス雲の重力収縮によって乱流速度が増幅されることを示した。このメカニズムは、逆膨張する（収縮する）宇宙のアナロジーで説明できる。宇宙が膨張するにつれて速度ゆらぎの振幅が減衰するという宇宙論的摂動論とは対照的に、重力収縮する雲では速度ゆらぎが増幅されるはずである。このメカニズムは、乱流の「断熱加熱」としてよく引用される。

この議論をミニハローにホストされたガス雲の中心領域に適用すると、収縮期の初期に乱流が非常に弱くても、重力収縮によって乱流が増幅されると予想される。これまでのところ、「断熱加熱理論」と初代星形成の数値シミュレーションとの詳細な比較はどの文献でも示されていない。初代星形成コアで乱流が成長する物理的理由を突き止めるためには、成長率、パワースペクトルの時間発展、ソレノイダルモード（発散なしの場合）の割合など、数値シミュレーションの結果を理論と比較する必要がある。

本章では、重力収縮による乱流の増幅を、ミニハロー内のガスの重力収縮を収縮期終了まで追って調べることを目的とする。そして、数値解析結果と「断熱加熱理論」との比較を行う。本章の構成は以下の通りである。まずはじめに、2.2節で、乱流増幅の解析的表式を導出する。2.3節では、実行する数値シミュレーションの設定について述べる。2.4節で得られた結果を示し、2.2節で導出した解析的なモデルと比較する。そして、2.5節で考察を行い、2.6節でこの章の要点をまとめる。

本章の内容は The Astrophysical Journal, Volume 915, Number 2 [Higashi et al., 2021]\*1 に掲載済みである。

## 2.2 解析的推定

この節では、ミニハローの中心のガス雲に対して、Robertson and Goldreich [2012] の議論を適用し、重力収縮による乱流の増幅を解析的に推定する。1.2.2節で述べたように、ミニハローのガス雲のコアは、Jeans 長の直径を持ち、ほぼ一様かつ自己相似的に重力収縮するため、この暴走的に重力収縮をするコア内の乱流の成長に焦点を当てて議論する。まず、一様に変化する背景における密度・速度揺らぎの進化を考える。線形近似を用いて、密度揺らぎ  $\delta \equiv \delta\rho/\rho$  と重力ポテンシャルの揺らぎ  $\delta\phi$  の成長を表現する3つの方程式を以下のように得る。

$$\dot{\delta} + \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2.1)$$

$$\dot{\mathbf{u}} + 2H\mathbf{u} + a^{-2}\nabla\delta\phi + \frac{\nabla c_s^2\delta}{a^2} = 0, \quad (2.2)$$

$$a^2\nabla^2\delta\phi = 4\pi G\rho\delta. \quad (2.3)$$

これらは、上から連続の式、運動方程式、Poisson 方程式である。これらの式において、 $a$  と  $H(= \dot{a}/a)$  はそれぞれスケールファクターと Hubble パラメーターを表し、背景密度の変化  $\rho \propto a^{-3}$  を用いて定義される。 $\nabla$  と  $\mathbf{u}$  はそれぞれ共動座標系での勾配と特異速度である。式 (2.2) の両辺の回転を取り、

$$\nabla \times \dot{\mathbf{u}} = -2H\nabla \times \mathbf{u} \quad (2.4)$$

を得る。次に、式 (2.4) の両辺を積分すると、以下のような渦度  $\boldsymbol{\omega} \equiv \nabla \times \mathbf{u}$  のスケーリング則を得る。

$$\boldsymbol{\omega} \propto a^{-2} \propto \rho^{2/3}. \quad (2.5)$$

これは、渦度が背景密度の3分の2乗に比例することを示している。したがって、乱流のソレノイダルモードは、一様に重力収縮する背景において単調に成長するはずである。ここで、式 (2.5) の関係は、速度場が非線形の場合でも有効であることを強調しておく。これは、流体の渦度方程式が磁場の誘導方程式と数学的に同等であることで説明できる。

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}),$$

\*1 doi: [10.3847/1538-4357/](https://doi.org/10.3847/1538-4357/) with the non-exclusive right of republication granted back from the publisher, ©AAS.

ここでは、渦度方程式の傾圧項と散逸項は無視している。理想磁気流体では、磁場が流体とともに凍結している場合、磁束保存則によって磁場は密度の3分の2乗で重力収縮とともに増加することが知られている。両者の従う方程式の相似性から、磁場  $B$  を渦度  $\omega$  に置き換えても同じ議論が適用できる。言い換えると、 $\omega$  は循環  $\Gamma$  の保存によって増加する:

$$\Gamma \equiv \oint \omega \cdot d\mathbf{S}.$$

ここで、衝撃波が形成されたときや、乱流が飽和したときに役割を果たす粘性項も渦度方程式に含めていないことに注意しておく。これは、飽和領域では式 (2.5) が成り立たないことを意味する。本章の数値シミュレーションでは、粘性スケールが小さすぎて解像できないため、粘性項も明示的に含まない。しかし、実効的な数値粘性は常に作用し、シミュレーションにおける衝撃形成と乱流の飽和を実現していることに留意する必要がある。

渦度に関する議論と同様に、乱流の圧縮モードを表す速度場の発散についても議論することができる。式 (2.2) の発散を取り、式 (2.1) と式 (2.3) を用いて、以下を得る。

$$\ddot{\delta} + 2H\dot{\delta} - 4\pi G\rho - \frac{\nabla^2 c_s^2 \delta}{a^2} = 0, \quad (2.6)$$

ここで、第3項と第4項はそれぞれ自己重力と密度摂動の圧力勾配に対応する。本章の研究では、暴走的収縮をするガス雲のコアにおける揺らぎの成長を考える。よって、コア半径（これは Jeans スケールと同じである）以下のスケールのみを考慮する。したがって、第4項は第3項よりも常に大きくなり、その結果振動が生じる。第2項は、宇宙論的な文脈とは対照的に、密度揺らぎを増大させる「負の抵抗力」項として振る舞う。この方程式を解くためには、収縮する背景場のスケールファクター  $a(t)$  を定義する必要がある。暴走的収縮をする等温ガス雲コアの中心領域は、自己相似的に進化すると仮定すると、密度は  $\rho(t) = 5/(12\pi Gt^2)$  で与えられる [Larson, 1969, Suto and Silk, 1988]。なお、ここでは、密度が無限大に近づいたとき、つまり原始星形成の瞬間を時間座標の原点とすることに注意が必要がある。スケールファクター  $a(t)$  は密度  $\rho(t) = \rho_0 a(t)^{-3}$  の関係で与えられるが、ここで  $\rho_0$  は初期時間  $t_0$  での初期密度である。代数的な式変形の結果、式 (2.6) は次のように書き換えられる。

$$\frac{d^2 \delta_k}{d\tau^2} + \frac{4}{3\tau} \frac{d\delta_k}{d\tau} - \frac{1}{a^3} (1 - \kappa^2 a^{1-3(\gamma_{\text{eff}}-1)}) \delta_k = 0 \quad (2.7)$$

ここで、 $\delta_k$  は波数  $k$  空間での密度揺らぎである。 $\tau \equiv t\sqrt{4\pi G\rho_0}$  は規格化された時間座標である。 $\kappa \equiv c_{s0}k/\sqrt{4\pi G\rho_0}$  は規格化された波数、 $\gamma_{\text{eff}}$  は barotropic な状態方程式における有効ポリトロップ指数、そして  $c_{s0}$  は  $t = t_0$  での音速である。連続の式から、 $d\delta_k/d\tau$  は速度場の発散を表し、乱流の圧縮モードを与えることがわかる。

図 2.1 は式 (2.7) を積分して得られた  $|d\delta_k/d\tau|$  の成長を  $a^{-1}$  の関数として、それぞれ  $\gamma_{\text{eff}} = 1$  と 1.09 の場合について示している。 $a^{-1}$  が大きいほど密度が高い、つまり図の左から右に向かうにつれて系が進化していることを意味している。ここでは簡単のため、初期条件は  $\delta_k = 0$ ,  $d\delta_k/d\tau = 10^{-4}$  とした。密度が高くなるにつれて、 $|d\delta_k/d\tau|$  が振動しながら振幅が増幅していることが明らかである。この overstable な振る舞いは、系全体の重力収縮による外力項だけでなく、熱エネルギーに由来する復元力項の存在から予想される。ここで、摂動の自己重力項は増幅のためには重要ではないことに注意されたい。なぜなら、今我々は重力収縮するコアの内側の領域を考えており、Jeans スケールより小さいスケールだけを考慮すればよいからである。

$\gamma_{\text{eff}} = 1$  の場合、振動の振幅は  $\sim a^{-1.5}$  (破線) のように成長し、 $\gamma_{\text{eff}} = 1.09$  の場合は少し急である。これは、 $\gamma_{\text{eff}} = 1.09$  の場合には式 (2.7) が  $\kappa \gg 1$  に対して解析的に解けるので、簡単に示すことができる。一般解は次のようになる。

$$\delta_k = c_1 j_0(3\kappa(5\tau/3)^{1/3}) + c_2 n_0(3\kappa(5\tau/3)^{1/3}), \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\delta_k}{d\tau} &= -\kappa(5/3)^{1/3} \tau^{-2/3} \\ &\times \left[ c_1 j_1(3\kappa(5\tau/3)^{1/3}) + c_2 n_1(3\kappa(5\tau/3)^{1/3}) \right]. \end{aligned} \quad (2.9)$$

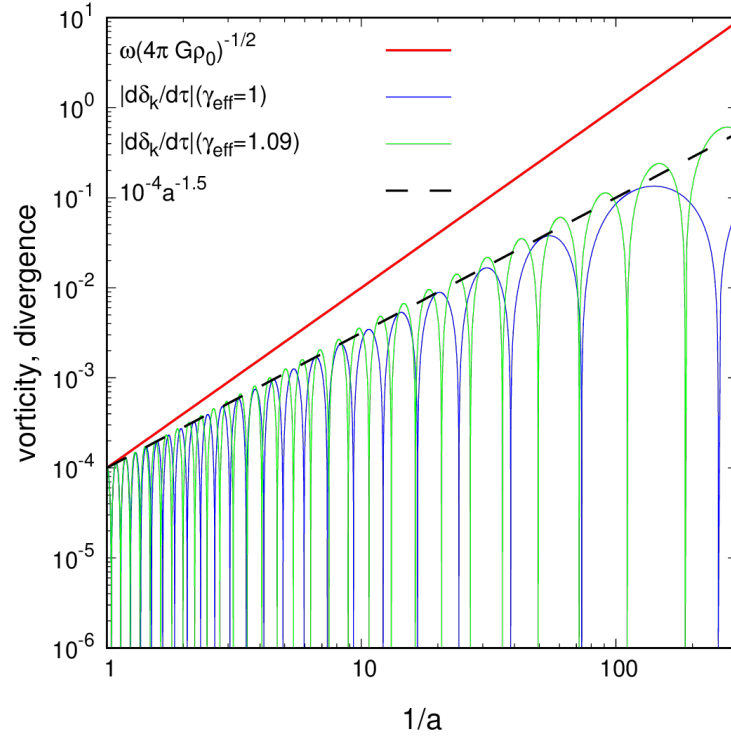


図 2.1  $\kappa = 20$  のときの  $\omega$  と  $|d\delta_k/d\tau|$  の成長。赤:  $\omega$ 。青:  $\gamma_{\text{eff}} = 1$  での  $|d\delta_k/d\tau|$ 。緑:  $\gamma_{\text{eff}} = 1.09$  での  $|d\delta_k/d\tau|$ 。破線は  $\propto a^{-1.5}$  で  $|d\delta_k/d\tau|$  の振幅をトレースしている。

ここで、 $c_1$  と  $c_2$  初期条件によって決められる定数、 $j_0, j_1, n_0, n_1$  は球 Bessel 関数である。 $x \gg 1$  での  $j_1(x) \simeq -x^{-1} \cos(x)$  と  $n_1(x) \simeq -x^{-1} \sin(x)$  の漸近解と式 (2.9) を利用すると、 $dd\delta_k/d\tau$  の振幅が  $\tau^{-1} \propto a^{-1.5}$  の比例関係を持つことがわかる。図 2.1 が示すように、この成長率は渦度  $\omega$  の成長率よりも小さい。

ここで、速度揺らぎの増幅に関する解析的表式を与える。乱流速度のソレノイダル・圧縮モードは、与えられた共動座標  $l = 2\pi/k$  においてそれぞれ、

$$v(l) = au \simeq \begin{cases} a\omega l \propto a^{-1}l & \text{solenoidal,} \\ a\dot{\delta} l \propto a^{-1/2}l & \text{compressive.} \end{cases} \quad (2.10)$$

となる。この速度揺らぎ  $v(l)$  は乱流速度とみなすことができる。

上式からすぐわかるように、圧縮モードはソレノイダルモードよりも成長が遅い。従って、二つのモードの初期振幅が同じオーダーであれば、ソレノイダルモードが圧縮モードに対して支配的となる。<sup>\*2</sup>したがってここでは、ソレノイダルモードのみを考えることにする。

一般に乱流は様々なスケールを持つ流れから構成されるため、乱流速度はすべてのスケールからの寄与を合計することで求められる。最も単純なケースとして、 $l$  を乱流の典型的なスケール（駆動スケール）として重力収縮の過程で固定し、式 (2.5) と (2.10)、そして関係式  $\rho \propto a^{-3}$  を組み合わせると次のようになる。

$$v \propto \rho^{1/3}. \quad (2.11)$$

これはガスの重力収縮に従って乱流速度が増加することを示している。

現実的なケースでは、乱流が慣性領域を持つ Kolmogorov 的な状態になると  $v \propto l^{1/3}$  が成り立ち、スケールが大きいほど乱流速度が大きくなる。支配的なスケールである Jeans 長は共動座標系では次のように与えられる：

$$l_J \equiv \frac{1}{a} \left( \frac{\pi c_s^2}{G\rho} \right)^{1/2} \propto \rho^{(3\gamma_{\text{eff}}-4)/6} \quad (2.12)$$

<sup>\*2</sup> 圧縮モードに対する式 (2.10) は線形解析に基づいていることに注意。ソレノイダルモードが圧縮モードよりもずっと大きくなる場合には、圧縮モードの式において非線形項が重要となる。このような場合、ソレノイダルモードにひきずられて圧縮モードが成長することが予想される。

$l = l_J$  で与えられるスケールで式 (2.10) と式 (2.11) を用いれば、 $l = l_J$  での乱流速度を求めることができるが、ここで乱流のもつエネルギースペクトルの intrinsic な形状に由来する係数についても考慮する。乱流のエネルギースペクトルが  $E(k) \propto k^{-2\alpha-1}$  のように与えられたと仮定すると、 $k > k_J$  での全エネルギーは以下のようになる

$$\epsilon(k > k_J) = \int_{k_J}^{\infty} E(k) dk \propto k_J^{-2\alpha} \quad (2.13)$$

$k_J$  は  $2\pi/l_J$  に等しい、つまりこれは与えられた時間での Jeans スケールである。式 (2.10), (2.12), (2.13) と、 $v = \sqrt{2\epsilon}$  の関係を用いると、乱流速度の密度依存性は次のようになる。

$$v \propto \rho^{1/3} l_J^\alpha \propto \rho^{(3\gamma_{\text{eff}}-4)\alpha/6+1/3}. \quad (2.14)$$

例として、上記の式に  $\gamma_{\text{eff}} = 1$  (等温) と  $\alpha = 1/2$  (Larson 則) を代入すると、指数は  $1/4$  となり、乱流速度は重力収縮に従ってゆっくりと増加する。 $\alpha$  を一定と仮定すると、上記の関係は、乱流速度が与えられた密度 ( $\rho_{\text{sonic}}$ ) で音速のレベルまで増幅されるために必要な  $\rho_0$  での初期マッハ数 ( $\mathcal{M}_{0,\text{cr}}$ ) の条件と解釈できる：

$$\mathcal{M}_{0,\text{cr}} = \left( \frac{\rho_0}{\rho_{\text{sonic}}} \right)^{((3\gamma_{\text{eff}}-4)\alpha+5-3\gamma_{\text{eff}})/6}. \quad (2.15)$$

$\gamma_{\text{eff}} = 1.09$ 、 $\alpha = 1/2$  とすると、臨界初期マッハ数は、 $\rho_0 = 10^{-19} \text{ g cm}^{-3}$  と  $\rho_{\text{sonic}} = 10^{-6} \text{ g cm}^{-3}$  の条件で  $\sim 0.001$  となる。ミニハロー形成時の降着流によって初期乱流が  $\mathcal{M}_{0,\text{cr}} \sim 0.001$  を容易に達成できることを考えると [e.g. Greif et al., 2012]、これらの解析的な見積もりは、密度が原始星形成密度に近づいたとき ( $\rho_{\text{sonic}} = 10^{-6} \text{ g cm}^{-3}$ )、重力収縮するコアの乱流速度は少なくとも音速程度にはなることを示している。

## 2.3 計算手法

ガスの重力収縮と乱流の成長を解くための数値シミュレーションには、 $N$ -body/AMR 宇宙論的流体力学シミュレーションコードの ENZO [Bryan et al., 2014, Brummel-Smith et al., 2019]\*<sup>3</sup>を用いる。AMR (Adaptive Mesh Refinement) とは、計算中に必要な領域内の解像度を動的に採用する手法である。そのため、星・銀河形成のような広い空間・時間スケールを必要とする研究に広く用いられている。Enzo コードは、HLLC Riemann 解法を使用しながら、Euler フレームで区分放物線法 (Piecewise Parabolic Method: PPM) を用いて圧縮性流体力学方程式を解く。

数値計算で解く基礎方程式は、以下である。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla P - \rho \nabla \phi, \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot (E + P) \mathbf{v} = -\rho \mathbf{v} \cdot \nabla \phi - \Lambda + \Gamma. \quad (2.18)$$

これらの方程式において、 $E$ ,  $\rho$ ,  $\mathbf{v}$ ,  $\phi$ ,  $\Lambda$ , そして  $\Gamma$  はそれぞれ、全エネルギー密度、質量密度、速度、重力ポテンシャル、放射/化学冷却率、放射加熱率である。全エネルギー密度は  $E = e + \rho v^2/2$  で与えられ、 $e$  は熱エネルギー密度である。重力ポテンシャルは、高速 Fourier 変換 (FFT) 法を用いて、Poisson 方程式を解くことで求められる [Hockney and Eastwood, 1988]。

この章では状態方程式に単純化されたポリトロップモデルを用いることで、式 (2.18) を解くことなくガスの圧力と温度を計算する。

$$P \propto \rho^{\gamma_{\text{eff}}}, \quad (2.19)$$

\*3 <http://enzo-project.org/>

$P$  はガスの圧力である。これは、 $\gamma_{\text{eff}}$  が一定のモデルが数値計算結果と解析的推定を比較するのに便利だからである。さらに、ガス雲中で起こる化学反応やエネルギー方程式を解くための計算コストを減らすことができる。初期条件として、ガスの温度は  $T_0 = 200$  K、平均分子量は  $\mu_0 = 1.22$  に設定する。式 (2.14) をテストするため、以下の3種類のポリトロップ指数で計算を実行する。

$$\gamma_{\text{eff}} = \begin{cases} 1.2, \\ 1.09 & (\text{primordial}), \\ 1.0 & (\text{isothermal}). \end{cases} \quad (2.20)$$

ここで、 $\gamma_{\text{eff}} = 1.09$  のモデルは始原ガスを模している [Omukai and Nishi, 1998]。

表 2.1 初期パラメータ

パラメーター	初期値
中心密度	$4.65 \times 10^{-20} \text{ g cm}^{-3}$
速度パワースペクトル	$\propto k^{-4}$
マッハ数	0, 0.005, 0.01, 0.05, 0.1
温度	200 K
平均分子量	1.22
ポリトロップ指数	1.2, 1.09, 1.0
基本グリッド数	$256^3$
Jeans パラメーター	128

星形成ガス雲コアの初期条件は中心密度  $\rho_{\text{peak},0} = 4.65 \times 10^{-20} \text{ g cm}^{-3}$  の等温 Bonner-Ebert 球である。これは、loitering 状態にある始原ガス雲を模している。重力収縮を促進するために、球の密度を enhancement factor  $f = 1.35$  [Matsumoto and Hanawa, 2011] で一様に増幅させている。雲の半径  $r_c$  は 1.5 pc で、計算領域のサイズは  $L_{\text{box}} = 5$  pc である。また、次に、乱流速度場を計算領域全体に加える。乱流の速度パワースペクトルは、波数  $k$  における Larson 則のパワースペクトル  $P(k) \propto k^{-4}$  とする。したがって、運動エネルギースペクトルは  $E(k) \propto k^2 P(k)$  となり、 $k^{-2}$  に比例する [Dubinski et al., 1995, Matsumoto et al., 2015]。初期二乗平均平方根マッハ数には  $\mathcal{M}_0 = 0, 0.005, 0.01, 0.05, 0.1$  を選択する。本章の計算では、重力収縮による増幅を調べるために、これらの低いマッハ数を採用した。乱流は少量の角運動量を導入するが、乱流速度場の影響だけに注目するため、回転速度は明示的に与えていない。

ENZO の AMR 法により、広いダイナミックレンジでガスの重力収縮を追うことができる。 $256^3$  の計算セルを持つ基本グリッドで計算を開始し、ガス雲が重力収縮するにつれて、セルを徐々に細かくしていく。このとき Jeans 長は常に少なくとも 128 セルで分解されるが、この解像度は最新の高解像度のシミュレーションに匹敵するものである。以下では、Jeans 長を分解するセルの最小数を Jeans パラメータ  $N_J$  と呼ぶ。初期条件を表 2.1 にまとめる。

さらに、乱流の増幅の解像度依存性を調べるために、基本グリッドセルの数と Jeans パラメータを変えて  $\gamma_{\text{eff}} = 1.09$  でのシミュレーションも行った。これらの基本グリッドセル数と Jeans パラメータを変えたモデルを RM32–RM256 と呼ぶ (Table 2.2)。

これらのシミュレーションでは、ガス雲内の最大密度が  $10^{-4} \text{ g cm}^{-3}$  を超えた時点で計算を終了する。計算結果の解析には、YT toolkit [Turk et al., 2011]<sup>\*4</sup>を用いる。

\*4 <https://yt-project.org/>

表 2.2 異なる解像度での計算のパラメータ

ポリトロープ指数		1.09
モデル	基本グリッド数	Jeans パラメーター
RM32	32 <sup>3</sup>	16
RM64	64 <sup>3</sup>	32
RM128	128 <sup>3</sup>	64
RM256	256 <sup>3</sup>	128

他のパラメーターは表 2.1 と同じ

## 2.4 結果

本節では、数値計算によって得られた結果について示す。まず、ガス雲の中でコアを定義するが、そのためには Jeans 長  $L_J$  を評価する必要がある。なぜなら、重力収縮するガスコアの長さスケールは一般的に Jeans 長だからである。しかしながら、定義上 Jeans 長はある半径のコア内の平均密度と音速に依存する。よって、まず最初にコア半径を正確に評価する必要がある。そのため、コア半径を次のように反復的に計算する。

1. まず、 $\rho \geq \rho_{\text{th}}$  となる高密度領域を切り出す（本論文では  $\rho_{\text{th}} = \rho_{\text{peak}}/16$  とする）。 $\rho_{\text{peak}}$  は計算領域全体での最大密度である。
2. 領域内での重心  $\mathbf{r}_c$  を計算し、「暫定」Jeans 長  $\left( = \sqrt{\pi c_{s,t}^2 / G \rho_{\text{mean},t}} \right)$  をセル体積で重みを付けた 2 乗平均密度  $\rho_{\text{mean},t}$  と音速  $c_{s,t}$  を用いて計算する。そして、この Jeans 長の半分を仮の半径  $r_0$  とする。
3.  $\mathbf{r}_c$  から半径  $r_0$  の球を考え、2 と同様に仮の Jeans 長と半径  $r_1$  を計算する。
4. もし  $|r_1 - r_0|$  が最小のセル幅より小さければこの計算を終了する。そうでない場合には、 $r_1$  を  $r_0$  に代入して、3 に戻り、上記の条件が満たされるまで計算を繰り返す。
5. 収束した後に  $r_1$  をコア半径  $r_1 (= L_J/2)$  として得る。

以後、本論文における数値計算結果の解析で用いるコアの Jeans 長はすべてこの定義に従って計算することとする。

### 2.4.1 全体的な密度構造

図 2.2 は  $\mathcal{M}_0 = 0.1$  のモデルにおいて、最大密度が  $10^{-4} \text{ g cm}^{-3}$  に達した時の密度で重み付けをした密度の投影図（上図）と半径方向に平均した密度分布（下図）である。ガス雲の自己相似的な進化は密度分布が中心で一様で外側で冪乗則となるコア-エンベロップ構造を形成する。エンベロップの密度-半径の関係は、下図に示すように球対象自己相似解  $\rho \propto r^{-2/(2-\gamma_{\text{eff}})}$  [Suto and Silk, 1988] と一致する。

$\gamma_{\text{eff}} = 1.09$  と  $1.0$  では、乱れた密度場とガス雲の変形が見られるが、 $\gamma_{\text{eff}} = 1.2$  では密度分布の揺らぎが少なく球状になっている。これは、雲の変形をもたらす摂動に対する系の安定性によるものである。これらの結果は、 $\gamma_{\text{eff}} < 1.097$  で bar-mode（球状に重力収縮するガス雲で成長するモード）の摂動を示す半解析的な研究の結果と一致する [Hanawa and Matsumoto, 2000, Lai, 2000]。

図 2.3 は  $\mathcal{M}_0 = 0.1$  かつ  $\gamma_{\text{eff}} = 1.09$  のモデルでの時間  $-t$  の関数としてのコアの平均密度の進化を示している。ここで、時間座標の原点は最終スナップショットの時間であり、自己相似解においてコア密度が発散するおおよその時間を表している。平均密度  $\rho_{\text{mean}}$  はスナップショットごとに半径  $L_J/2$  の球面領域（以下 Jeans 体積と呼ぶ）で計算される。

平均密度は自己相似解  $\rho_{\text{mean}} = \frac{3.03}{4\pi G} t^{-2}$  の関係に従って進化することがよくわかる。これもまた、重力収縮す

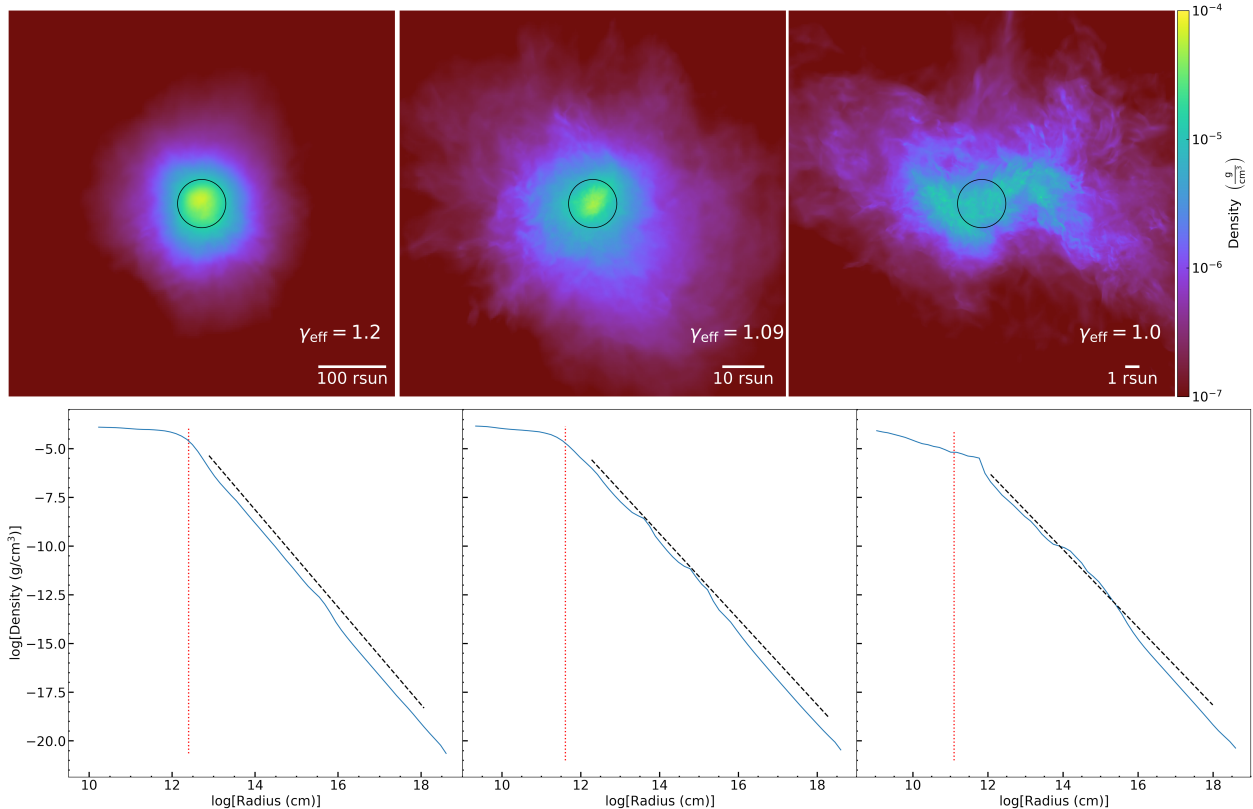


図 2.2 最大密度が  $10^{-4} \text{ g cm}^{-3}$  に達したときの  $M_0 = 0.1$  モデルの密度で重み付けした密度の投影図（上段）と半径に対する密度分布（下段）上段では各パネルの 1 辺の長さを  $8L_J$  とし、黒丸の半径を  $L_J/2$  とした。下段の赤い点線は  $L_J/2$  を示す。下段の黒い破線は  $\propto r^{-2/(2-\gamma_{\text{eff}})}$  を表し、 $r$  はガス雲の中心からの半径である。

るポリトロップ球の Larson-Penston 解と一致する [Suto and Silk, 1988]。これらの結果は、2.2 節の解析的推定に対する仮定を支持するものである。

## 2.4.2 乱流の成長

まず、Jeans 体積内での平均の乱流の速度を計算する。乱流速度  $v_{\text{turb}}$  は次式で定義される。

$$v_{\text{turb}}^2 \equiv \sum_{\leq L_J/2} \frac{V_i}{V_J} (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_{\text{rad},i})^2. \quad (2.21)$$

ここで、 $V_i$  は  $i$  番目のセルの体積で、 $V_J$  は Jeans 体積である。シミュレーションデータでは、速度変動はバックグラウンドの半径方向落下速度で汚染されているため、各セルの位置  $i$  で汚染されていない半径方向速度  $\mathbf{v}_{\text{rad},i}$  を推定することは困難である。ここでは、乱流速度場を推定するために、まず以下の手順で背景の半径方向速度を推測することとする。この作業によって、半径方向の乱流速度場を残しつつ、重力収縮による半径方向の速度を取り除くことができる。

まず、 $N_{\text{rad}}$  個の半径ビンで半径方向の速度分布を計算する。 $N_{\text{rad}}$  は Jeans パラメータより小さくして、セルサイズのスケールの速度揺らぎを除去する。ここでは  $N_{\text{rad}} = 16$  とする。次に、このプロファイルを線形補間して、各セルの位置で平滑化された半径方向の速度  $\mathbf{v}_{\text{rad},i}$  を推定する。第三に、セルの全速度  $\mathbf{v}_i$  から  $\mathbf{v}_{\text{rad},i}$  を引き、ゆらぎの成分を抽出する。最後に Jeans 体積内のセル間の乱流速度のセル体積で重みを付けた二乗平均を式 (2.21) に従って計算する。

ここでは「セル質量で重みを付けた平均」の代わりに「セル体積で重みを付けた平均」を用いた。等温モデルでも密度の不均一性はそれほど大きくないガス雲の中心部のみを対象としているため、2つの方法による結果に



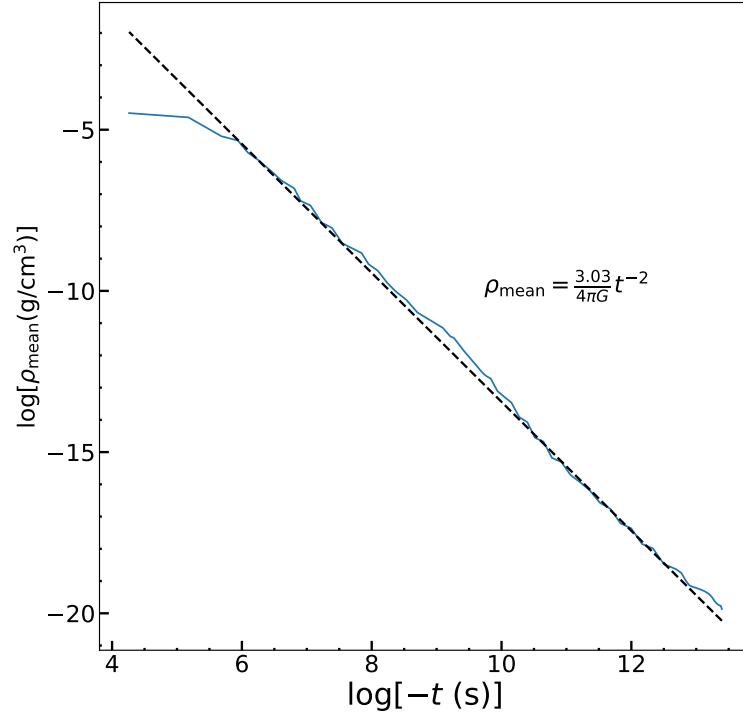


図 2.3  $M_0 = 0.1$  かつ  $\gamma_{\text{eff}} = 1.09$  の場合のコアの平均密度の時間発展。黒い破線は  $\rho_{\text{mean}} = \frac{3.03}{4\pi G} t^{-2}$  に対応する。

大きな違いは見られない。不均一性をもたらす密度揺らぎについては、2.4.4 節で詳細に述べる。

Jeans 体積内の平均密度  $\rho_{\text{mean}}$  はおおよそ単調に増加するため、乱流速度  $v_{\text{turb}}$  の時間発展をすべてのスナップショットの  $\rho_{\text{mean}}$  の関数として図 2.4 に示す。

すべてのモデルにおいて、乱流速度は重力収縮によって密度が増加するにつれて増加する。同様に、図 2.5 は、様々な初期マッハ数に対する平均密度の関数としての渦度の変化を示している。どのモデルでも、渦度は密度の増加とともに単調に増加する。

これらの図から、 $M_0 \geq 0.05$  の場合、音速に達するまで、全ての  $\gamma_{\text{eff}}$  について、式 (2.14) と式 (2.5) が数値計算結果とよく一致していることがわかる。また、 $M_0 \geq 0.05$  のモデルは全て原始星密度 ( $\rho_{\text{peak}} \gtrsim 10^{-4} \text{ g cm}^{-3}$ ) に達する前に遷音速点に達していることがわかる。従って、暴走的収縮コアは、初期乱流速度が音速に比べて桁で小さい場合でも、乱流速度  $\sim c_s$  を容易に達成する。実際、これらのモデルの  $M_0$  は  $\rho_{\text{sonic}} = 10^{-6} \text{ g cm}^{-3}$ ,  $\rho_0 = 4.65 \times 10^{-20} \text{ g cm}^{-3}$  の式 (2.15) で示される臨界初期マッハ数よりも大きい。2.2 節の理論と数値計算結果がよく一致していることを考えると、これは乱流速度が重力収縮に伴う「断熱加熱」によって増幅されていることのよい証拠である。

$\gamma_{\text{eff}} = 1.2$  のモデルでは、乱流速度は音速程度で飽和しているが、他の 2 つのモデルでは音速をはるかに超えている (図 2.4)。これらの結果は、宇宙論的シミュレーションにおける初代星形成コアでの超音速乱流の存在 [e.g. Greif et al., 2012] を自然に説明するものである。図 2.5 では渦度の進化をプロットしているが、 $M_0 \geq 0.05$  の場合、すべての  $\gamma_{\text{eff}}$  に対して飽和している。飽和後の渦度は、Robertson and Goldreich [2012] によって予測された  $\omega \propto \rho_{\text{mean}}^{1/2}$  にほぼ従う。彼らは一方で、一様に重力収縮する等温気体 ( $\gamma_{\text{eff}} = 1$ ) に超音速乱流 ( $M_0 = 6$ ) を与えると、最大で  $M = 11.2$  までマッハ数が上昇することを示した。このマッハ数は今回のシミュレーションで得られたものよりはるかに高いこの違いの主な理由は、彼らは重力収縮を現実的な条件下で解いていないが、本研究では解いているからであると考えられる。彼らは「収縮する宇宙」のように、平均密度を人為的に一定の割合で増加させることで重力収縮を模倣している。本章の計算では、重力収縮が進むにつれて雲のコアの大きさが小さくなるので、駆動スケール (コアの大きさ、この場合は  $L_J$ ) の減少が乱流の散逸速度を大きくしていると推測される (Mac Low [1999a] の式 (7) を参照)。このような急激な散逸が、極端な超音速乱流を回避していると考え

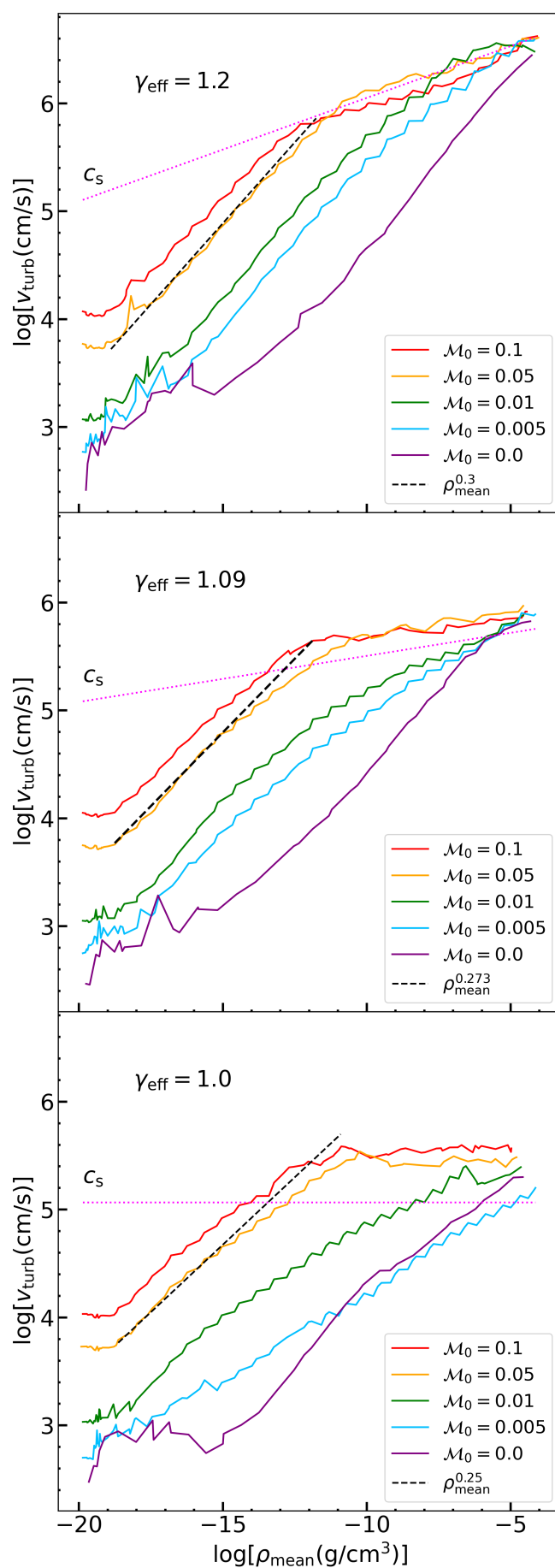


図 2.4 Jeans 体積内における平均密度  $\rho_{\text{mean}}$  の関数としての乱流速度  $v_{\text{turb}}$  の進化。パネルはそれぞれ  $\gamma_{\text{eff}} = 1.2$  (上段)、 $1.09$  (中段)、そして  $1.0$  (下段) である。色の異なる実線の曲線は、異なる初期乱流マッハ数  $\mathcal{M}_0$  に対する数値計算結果を示す。マゼンタの点線は Jeans 体積内の平均音速を示す。黒い破線は解析的推定値 (式 (2.14)) である。

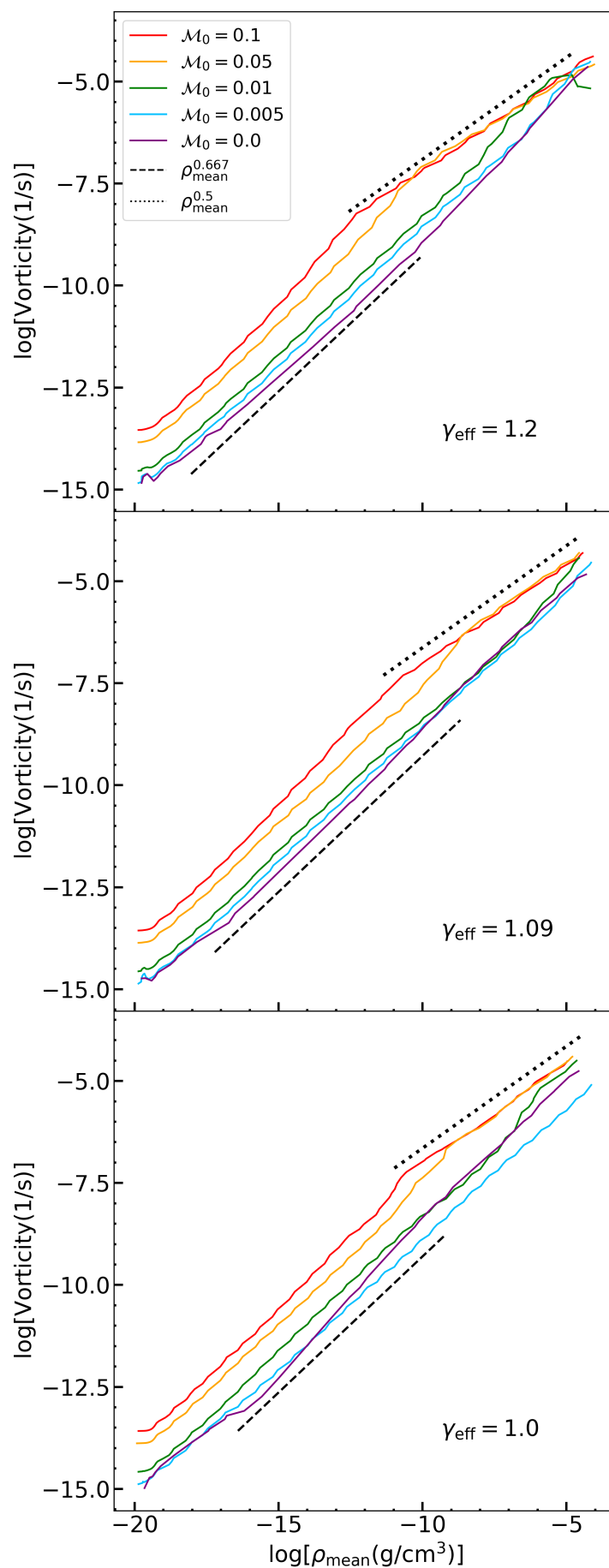


図 2.5 図 2.4 と同じ。ただし縦軸は渦度を示している。実線の曲線はそれぞれの  $M_0$  での数値計算結果を示す。黒い破線は解析的推定値 (式 (2.5)) である。また、黒い点線は  $\propto \rho_{\text{mean}}^{0.5}$  を表す。

られる。

$M_0 \leq 0.01$  の場合、図 2.4 に示すように、重力収縮初期 ( $\rho_{\text{mean}} < 10^{-15} \text{ g cm}^{-3}$ ) で乱流速度は  $\sim 0.01c_s$  付近で振動している。2.4.5 節で後述するように、この段階での乱流速度は、直交するように配置された計算セルの数値誤差によって汚染されている。初期種速度場は非常に弱いので、計算セルの離散化による付加誤差の中に隠れてしまう。この初期段階のあと、AMR 法によって渦が分解されていくにつれて、乱流速度は  $M_0 \geq 0.05$  の場合よりもわずかに速く増加し、成長率はおおよそ  $\rho_{\text{mean}}^{1/3}$  となる。これはエネルギースペクトルが平坦になるためであると考えられる。この点については 2.4.3 節で後述する。最後に、すべてのモデルで乱流速度は音速に達している。しかし、上述したように、 $M_0 \leq 0.01$  のモデルの乱流速度は数値誤差によって底上げされている。したがって、これらは数値誤差が成長した結果であると考えられる。一方で  $M_0 = 0.0$  以外の初期マッハ数は式 (2.15) で表される臨界初期マッハ数を超えている。したがって、これらのモデルは十分な解像度を与えると、今回のシミュレーションに成長は遅く見えるが、最終的には遷音速/超音速乱流が実現することが期待される。

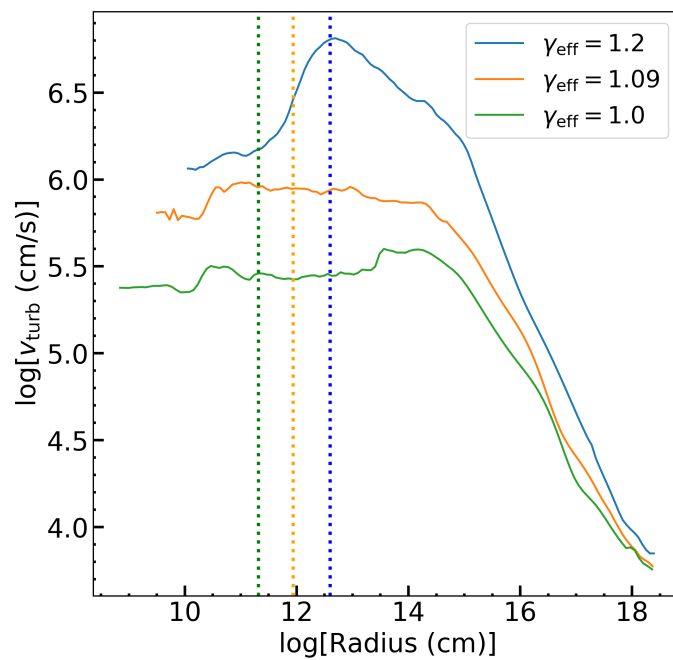


図 2.6 最大密度が  $10^{-4} \text{ g cm}^{-3}$  になったときの、 $M_0 = 0.05$  のモデルでの半径ビンで平均した乱流速度の半径分布。縦線は各  $\gamma_{\text{eff}}$  での Jeans 長の半分に対応する。

$M_0 = 0.05$  の場合の乱流速度の半径方向の分布を、雲の中心からの半径の関数としてプロットしたものを図 2.6 に示す。乱流速度は収縮に伴って増加するので、密度分布が示すようにコア-エンベロープ構造を示す。コア領域では乱流は飽和している (図 2.4)。乱流速度の飽和は密度  $\sim 10^{-8} \text{ g/cm}^3$  で起こり、最大密度よりも十分に小さい。したがって、乱流速度分布のコア半径は密度分布のコアよりも大きい。また、半径方向のプロファイルが雲の中心に向かって下がる傾向があることも分かった。この理由は不明であるが、 $\gamma_{\text{eff}} = 1.09$  のプロファイルは、 $\gamma_{\text{eff}} = 1.1$  を採用している Federrath et al. [2011b] の図 1 とほぼ一致する。

図 2.7 は、重力、運動、乱流、熱のそれぞれの比エネルギーの平均密度の関数としての進化を示している。

ここで、「乱流エネルギー」とは、運動エネルギーからバルクの半径方向運動のエネルギーを差し引いたものである。同じ単位で比較するために、それぞれのエネルギーを次のように定義する：

$$E_{\text{grav}} \equiv \left| -\frac{3GM_J}{5L_J/2} \right|, \quad E_{\text{kin}} \equiv \frac{1}{2}v^2,$$

$$E_{\text{turb}} \equiv \frac{1}{2}v_{\text{turb}}^2, \quad E_{\text{th}} \equiv \frac{1}{\gamma_{\text{ad}} - 1} \frac{k_B T}{\mu m_H}.$$

ここで、 $M_J$ ,  $\gamma_{\text{ad}}$ ,  $k_B$ ,  $m_H$  はそれぞれ Jeans 体積内の質量、気体の比熱比、Boltzmann 定数、水素質量である。

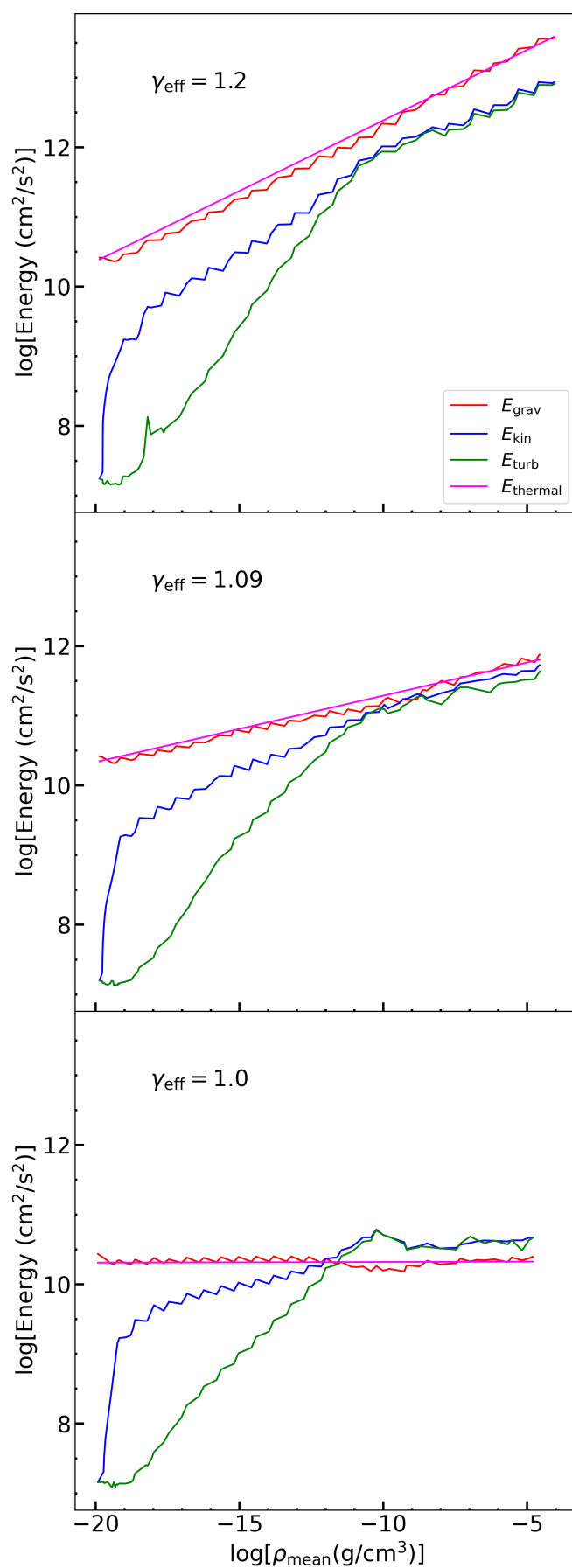


図 2.7 図 2.4, 2.5 と同じ。ただし、縦軸は各比エネルギーを示す。赤、青、緑、マゼンタの線はそれぞれ重力、運動、乱流、熱の比エネルギーを示す。

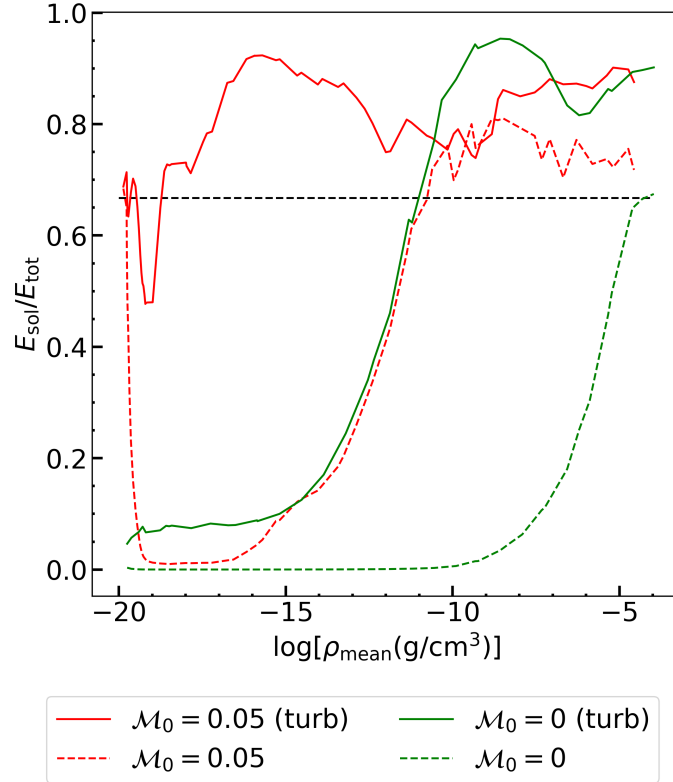


図 2.8  $\gamma_{\text{eff}} = 1.09$  のモデルでの平均密度の関数としてのソレノイダル比の発展。実線は  $M_0$  のそれぞれのモデルごとの乱流速度のソレノイダル比を示す。破線は実線と同じであるが、乱流速度の代わりに半径方向速度を取り除いていない全速度を用いた場合である。黒い点線は自然混合比 ( $2/3$ ) に対応する。

本章の研究では、ガス中の化学反応を解いていないため、比熱比  $\gamma_{\text{ad}}$  を  $5/3$  と仮定して熱エネルギーを計算する。 $E_{\text{grav}}$  の係数  $3/5$  は、コアが一様であるという近似に由来する。 $E_{\text{kin}}$  や  $E_{\text{turb}}$ 、そして  $E_{\text{th}}$  は、セル体積で重みを付けた平均として評価されるが、これもコアが一様であるという近似による。 $\gamma_{\text{eff}}=1.0$  の場合、運動エネルギーと乱流エネルギーは重力エネルギーに匹敵するまで増加するが、他のモデルでは増加するがそのレベルには達しない。飽和の詳細な物理的メカニズムや飽和レベルの  $\gamma_{\text{eff}}$  依存性は興味深いが、本章の範囲外である。これらの問題については、次章で取り上げる。

### 2.4.3 ソレノイダル/圧縮 モード

乱流場はソレノイダルモードと圧縮モードで構成される。発散なし速度場はソレノイダルモードに対応し、回転なし速度場は圧縮モードである。2.2 節で述べたように、重力収縮によって増幅される乱流速度は渦度と発散を伴う。したがって、乱流の増幅においてどちらのモードが支配的であるかは興味深い問題である。本節ではこの点について検討する。また、式 (2.14) は、スペクトルが Kolmogorov 則では  $1/3$ , Larson 則では  $1/2$  に等しいという、一定の単一べき乗指数  $\alpha$  で記述されるという仮定に依存しているため、エネルギースペクトルにも興味がある。この節では、特に  $\gamma_{\text{eff}} = 1.09$  のモデルでの結果に注目する。

本章では、 $L_J$  の立方体中で球 Bessel 関数を窓関数とする高速 Fourier 変換を用いて、Fourier 空間 (以下、 $k$  空間) における速度を、最高精細度に適合する一様格子上で計算する。窓関数を用いる理由は、立方体の非周期境界条件による「サイドローブ」を抑制するためである。Helmholtz 分解を適用すると、得られた速度場を  $k$  空間でソレノイダルモード  $\hat{v}_{\text{sol}}(k)$  と圧縮モード  $\hat{v}_{\text{comp}}(k)$  に分解することができる。

$$\begin{aligned}\hat{v}_{\text{comp}}(\mathbf{k}) &= (\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{v}}(\mathbf{k}))\mathbf{k}/k^2, \\ \hat{v}_{\text{sol}}(\mathbf{k}) &= (\mathbf{k} \times \hat{\mathbf{v}}(\mathbf{k})) \times \mathbf{k}/k^2,\end{aligned}\tag{2.22}$$

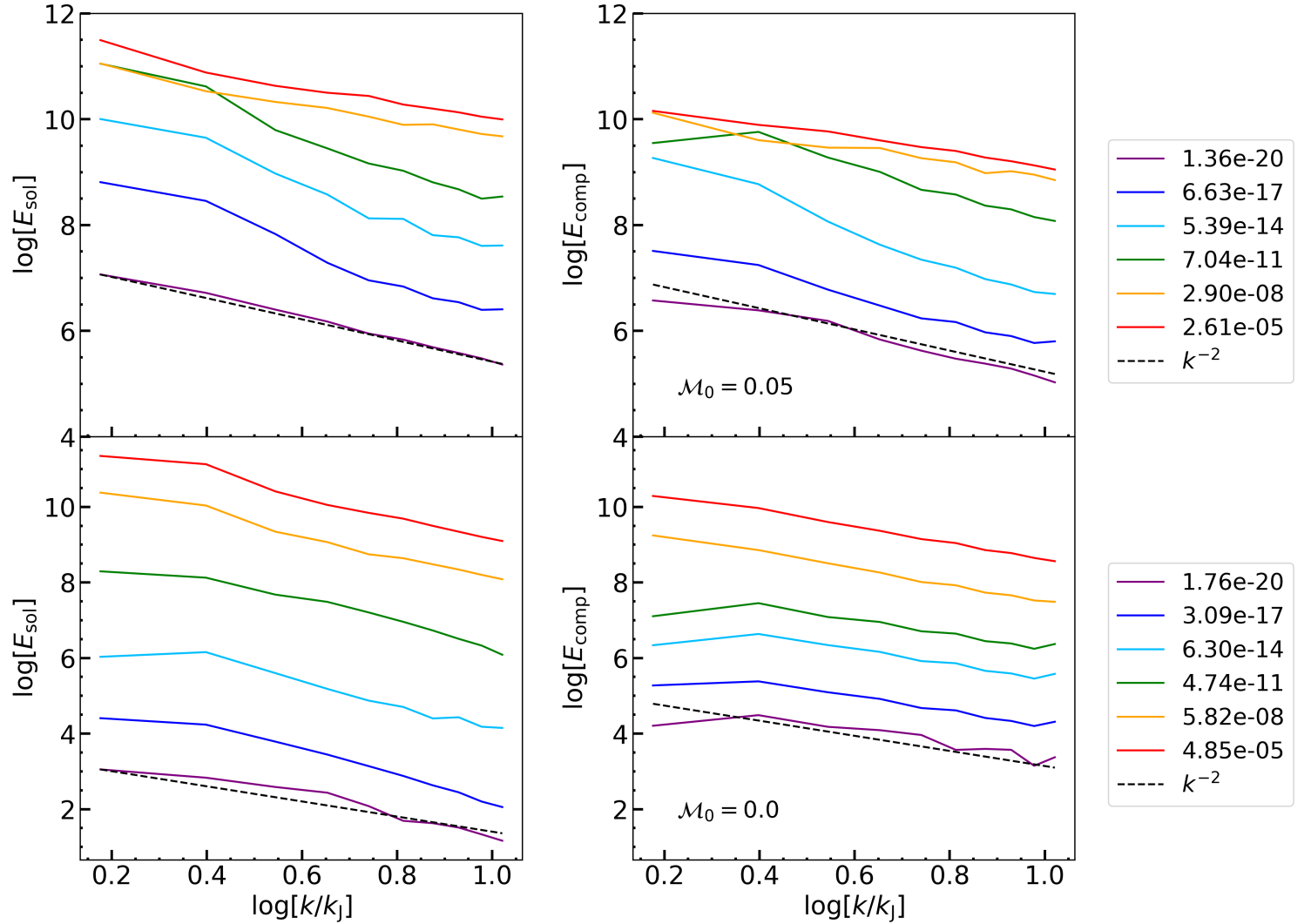


図 2.9 ソレノイダルモード (左列) と圧縮モード (右列) の運動エネルギースペクトルの時間発展。また、それぞれ  $\mathcal{M}_0 = 0.05$  (上段) と  $0$  (下段) である。実線の曲線は数値計算の結果を示す。破線の曲線は、Larson 則乱流のスケール関係を示す  $\propto k^{-2}$  のべき乗則のスペクトルである。色の違いは  $\rho_{\text{mean}}$  の値の違いを示す。

ここで、 $\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{k})$  は  $k$  空間での速度場、 $\mathbf{k}$  は波数ベクトルである。最小波数は Jeans 長の半分の空間スケールに対応する。次に、各モードの運動エネルギーを次のように計算する。

$$\begin{aligned}
 E_{\text{comp}} &= \int_{k_J}^{\infty} \hat{E}_{\text{comp}}(k) dk \equiv \frac{1}{2k_J^3} \int_{k_J}^{\infty} |\hat{\mathbf{v}}_{\text{comp}}(\mathbf{k})|^2 4\pi k^2 dk, \\
 E_{\text{sol}} &= \int_{k_J}^{\infty} \hat{E}_{\text{sol}}(k) dk \equiv \frac{1}{2k_J^3} \int_{k_J}^{\infty} |\hat{\mathbf{v}}_{\text{sol}}(\mathbf{k})|^2 4\pi k^2 dk.
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

はじめに、ソレノイダルモードのエネルギーの成長を図 2.8 に示す。ソレノイダル比を  $E_{\text{sol}}/E_{\text{tot}}$  と定義し、 $E_{\text{tot}}$  はソレノイダルモードと圧縮モードの和とする。図 2.8 の黒い点線は自然混合でのソレノイダル比を示している。Federrath et al. [2011b] で議論されているように、この自然混合比  $\sim 2/3$  は、3次元の気体の回転運動を引き起こす縦波のモードの数比と近似できる。

図中の破線はバルク運動を含む全速度を示し、実線の曲線は 2.3 節で定義した半径方向の落下速度  $v_{\text{rad},i}$  を差し引いた乱流速度を示す。 $\mathcal{M}_0 = 0.05$  のモデルでは、初期に自然混合で速度場を設定したため、ソレノイダル比は 0.67 に近い。この場合、乱流成分のソレノイダル比 (実線) は重力収縮開始後に  $\sim 0.9$  まで増加し、重力収縮終了まで高い値を維持する。これはソレノイダルモードの成長速度が圧縮モードよりも大きいためである (2.2 節) 要約すると、 $\mathcal{M}_0 = 0.05$  のモデルでは、乱流はソレノイダルモードに支配され、成長する。

この場合とは対照的に、 $\mathcal{M}_0 = 0$  のモデルでは低密度領域でのソレノイダル比は比較的小さい。この振る舞い

は、低密度領域で生じる数値誤差が基本的に圧縮モードであることを示唆している。半径方向に収束する流れに伴って誤差が発生するため、これは妥当である。重力収縮が進むと、高密度領域でも  $M_0 = 0.05$  の場合と同様にソレノイダル比は  $\sim 0.9$  に達する (緑と赤の実線曲線)。これは、 $M_0 = 0$  ではソレノイダルモードが成長するのが遅れるが、最終的には圧縮モードを圧倒することを意味する。

半径方向の流入速度を含む運動エネルギー (破線) の場合、ソレノイダル比は重力収縮開始後急激に減少し、両ケースともほぼゼロに近づく。ガスが重力収縮するにつれて、ソレノイダルモードが増幅するため、ソレノイダル比は徐々に増加し、最終的には自然混合比に収束する。これは Federrath et al. [2011b] の結果と一致する。

次に、エネルギースペクトルの6つのスナップショットを図 2.9 に示す。左はソレノイダルモード、右は圧縮モードである。上段は  $M_0 = 0.05$  モデル、下段は  $M_0 = 0$  モデルを示す。色の違いは  $\rho_{\text{mean}}$  の値の違いを示す。横軸は対応する平均密度での Jeans スケールで正規化した波数を示す。

$M_0 = 0.05$  の場合、ソレノイダルモードはほぼべき乗のエネルギー分布を保つ。最初は  $\propto k^{-2}$  であり、 $k$  が小さい端 ( $k < 5k_J$ ) での傾きは  $\propto k^{-2}$  を保つ。また、各スナップショットで  $E_{\text{sol}}$  が基本的に  $E_{\text{comp}}$  の 10 倍程度大きいことも重要である。

一方、 $M_0 = 0$  モデルでは、乱流を加えていないにもかかわらず、最初は圧縮モードが支配的である。これは明らかに離散化によってもたらされる誤差であり、半径方向の流入に伴うものである。<sup>\*5</sup>重力収縮が進むと、 $\rho_{\text{mean}} \gtrsim 10^{-11} \text{ g cm}^{-3}$  でソレノイダルモードが圧縮モードに取って代わる。ソレノイダルモード (左下 3-4 番目の曲線) の初期成長は顕著で、大きな圧縮モードによって後押しされているように見える。圧縮モードによるブーストは、 $k$  の小さい渦ほど早く終わり、成長が遅くなる。これは、 $k$  の小さいモードの  $E_{\text{sol}}$  が  $k$  の大きいモードよりも大きく、圧縮モードを追い越すのが早いためである。その結果、 $k$  が大きいモードの  $E_{\text{sol}}$  は  $k$  が小さいモードの  $E_{\text{sol}}$  に追いつくことができる。この効果は  $E_{\text{sol}}$  のスペクトルの平坦化を引き起こし、2 番目 (青) から 4 番目 (緑) までのスペクトルで観測される。特に、4 番目のスナップショットの  $k$  の低い端はほぼ平坦である。これは、式 (2.14) の  $\alpha \simeq 0$  が、 $\gamma_{\text{eff}} = 1.09$  のとき  $v \propto \rho^{1/3}$  となることを意味する。この傾向は、図 2.4 中段で既に観測されている。しかし、既に述べたように、この成長は圧縮モードの数値誤差の存在に依存している。したがって、これは数値的誤差による産物とみなすべきである。

前節で議論したように、ソレノイダルモードと圧縮モードとのモード結合は重要な役割を果たしている。乱流増幅時のモード結合の影響を詳しく示すために、 $M_0 = 0.05$  の乱流の各モードを密度の関数としてプロットする (図 2.10)。式 (2.10) によると、乱流速度の圧縮モードはソレノイダルモードよりも遅く成長することが予想される。

しかし、乱流速度の圧縮モードは初期には増加しないものの、ソレノイダルモードと同様の成長率で成長していることがわかる。線形解析における圧縮モードの成長率がソレノイダルモードの成長率よりも小さいこと (式 2.10) を考慮すると、ソレノイダルモードから圧縮モードへのエネルギー変換が起こっていると考えるのが妥当であろう。これは流体力学の運動方程式の非線形項に起因しているはずである。結果として、この計算では重力収縮の間、圧縮モードの振幅はソレノイダルモードよりも 10 倍程度小さくなっている。

#### 2.4.4 密度揺らぎ

圧縮モードをより深く理解するために、乱流の圧縮モードに直接関係するコアの密度揺らぎを調べた。 $M_0 = 0.1$  での密度揺らぎの進化を密度  $\rho_{\text{mean}}$  の関数として図 2.11 にプロットした。ここで、密度揺らぎは以下で定義される。

$$\langle \delta^2 \rangle \equiv \sum_{\leq L_J/2} \frac{V_i}{V_J} \left( \frac{\rho_i - \rho_{\text{rad},i}}{\rho_{\text{rad},i}} \right)^2, \quad (2.24)$$

<sup>\*5</sup> この最初のスナップショットは、シミュレーション開始の少し後の時刻に対応するものであり、計算開始の時刻のものではないことに注意。



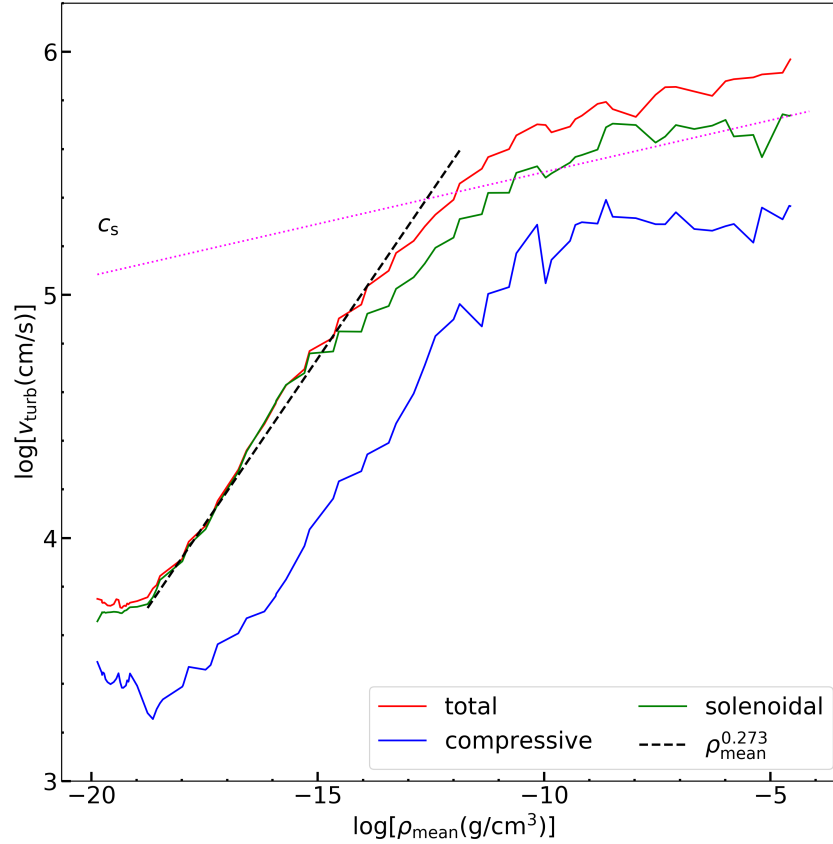


図 2.10  $M_0 = 0.05$  かつ  $\gamma_{\text{eff}} = 1.09$  の場合の平均密度の関数としての乱流速度の各モードの進化。赤、緑、青の実線はそれぞれ乱流速度の全モード、ソレノイダルモード、圧縮モードに対応する。黒の破線は解析的推定値 (式 (2.14)) である。

$\rho_i$  は  $i$  番目のセルの密度、 $\rho_{\text{rad},i}$  は  $i$  番目のセルが含まれる半径方向のビンで区切られた球殻で平均した密度を表す。乱流速度の場合と同様に、Jeans 体積の半径方向のビン数  $N_{\text{rad}}$  を 16 とする。この図では、コア内の二乗平均平方根密度揺らぎの振動が見られる。この振動は乱流の圧縮モードが overstable な振る舞いをするためと考えられる。また、すべての  $\gamma_{\text{eff}}$  の密度揺らぎは初期には成長するが、乱流の飽和が起こる  $\rho_{\text{mean}} \sim 10^{-12} \text{ g/cm}^3$  付近で成長が止まることがわかった (図 2.4)。その結果、密度揺らぎは  $\gamma_{\text{eff}}$  に依存して飽和後  $\sim 0.1 - 0.9$  の間で変化するものの、 $\gg 1$  のレベルまでは成長しない。これらの振る舞いは解析的に説明することができる。前項で議論したように、モード結合により圧縮モードはソレノイダルモードと同じ速度で成長する。これは、式 (2.10) に照らし合わせて  $\dot{\delta} \sim \omega \propto a^{-2}$  となることを意味する。結果として、 $\delta \propto (-t)^{-4/3}$  となり、 $\delta \propto (-t)^{-1/3} \propto \rho^{1/6}$  となる。これが密度揺らぎが初期に緩やかに成長する理由である。飽和後、渦度の成長速度は  $\omega \propto \rho^{1/2}$  のように変化するが、この結果として  $\delta \propto \ln(-t)$  の関係が成り立ち、飽和後は成長が止まる。

#### 2.4.5 離散化によってもたらされる計算ノイズ

ここでは計算領域の離散化によってもたらされる数値誤差について記述する。この数値誤差の性質を理解するために、解像度を変えて再度数値計算を実行する。

図 2.12 は、計算時間  $t_{\text{sim}} = 100 \text{ kyr}$  ( $\rho_{\text{mean}} \sim 1.8 \times 10^{-20} \text{ g cm}^{-3}$  に対応する) における  $x-y$  平面の密度スライス上に速度場を矢印で overplot したものである。RM256-RM32 の初期乱流なしモデル ( $M_0 = 0$ ) の結果を 4 つのパネルに示す。これらのスナップショットは、中心密度が初期密度から  $\sim 5\%$  だけ増加した収縮期のごく初期に対応する。解像度が無限であれば、ガス雲は完全な球対称に重力収縮し、速度は動径方向の成分しか持たないはずである。しかし、速度場の非動径方向成分が存在し、RM32 は RM256 よりもノイズが大きいことがわかる。これはグリッドの直交構造に起因しており、この擾乱がこの  $M_0 = 0$  モデルの速度揺らぎの種である。

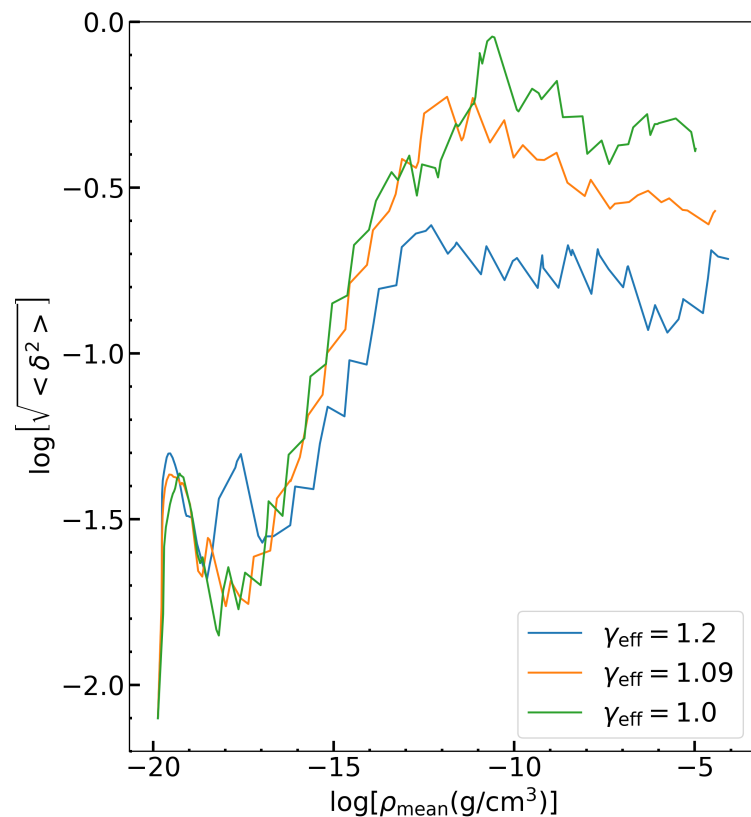


図 2.11  $\mathcal{M}_0 = 0.1$  における密度揺らぎの時間発展。色の違いは  $\gamma_{\text{eff}}$  の違いに対応する。

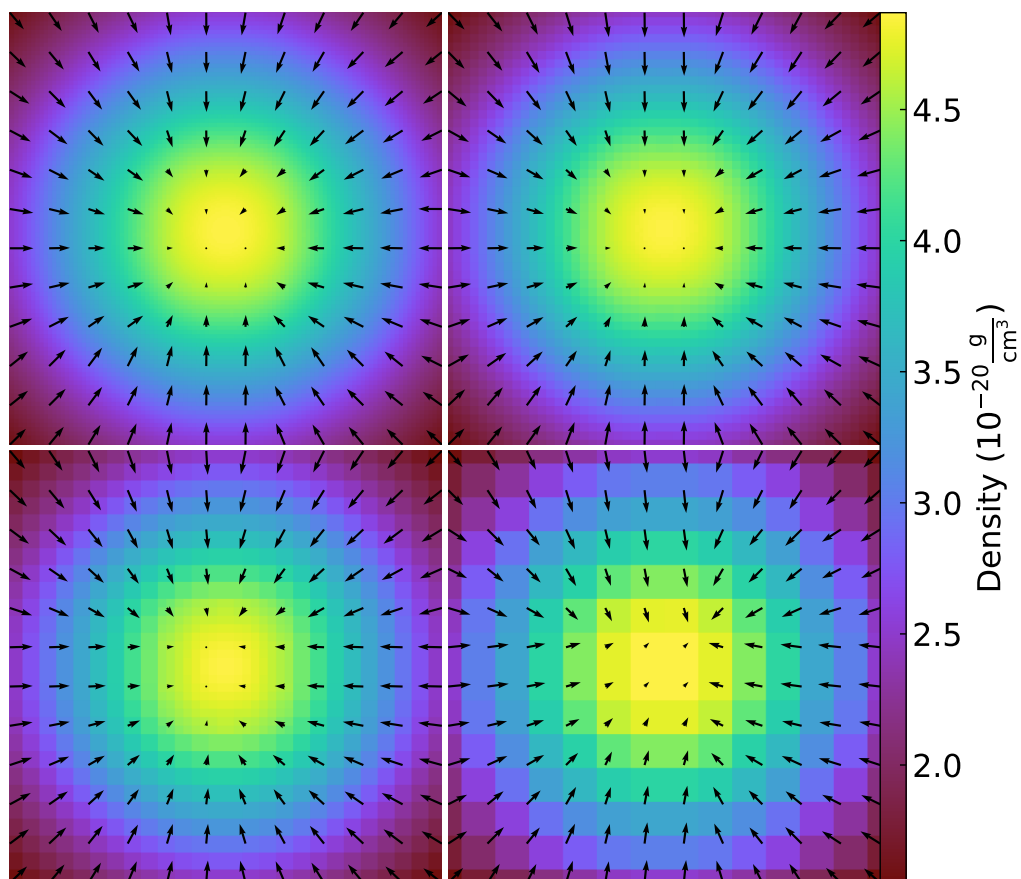


図 2.12  $t_{\text{sim}} = 100 \text{ kyr}$  ( $\rho_{\text{mean}} \sim 1.8 \times 10^{-20} \text{ g cm}^{-3}$  に対応する) における  $x-y$  平面の密度スライスプロット。RM256-RM32 の初期乱流なしモデル ( $\mathcal{M}_0 = 0$ ) の結果を左上、右上、左下、右下と 4 つのパネルに示す。黒い矢印は速度ベクトルで、長さはパネルサイズに合わせている。1 辺の大きさは 1.0 pc である。

図 2.13 は  $t_{\text{sim}} = 100 \text{ kyr}$  ( $\rho_{\text{mean}} \sim 1.8 \times 10^{-20} \text{ g cm}^{-3}$  に対応する) における、 $v_{\text{turb}}^2$  を計算領域のサイズで規格化したセルサイズの関数として示したものである。 $\mathcal{M}_0 = 0.05$ (上図) と  $\mathcal{M}_0 = 0.0$ (下図) にそれぞれの解像度のモデルについて、 $v_{\text{turb}}^2$  をオープンサークルでプロットし、数値ノイズの振幅を測定した。またノイズの解像度依存性を評価するために、最小二乗法によるべき乗フィッティング関数 (赤点線) を求めた。

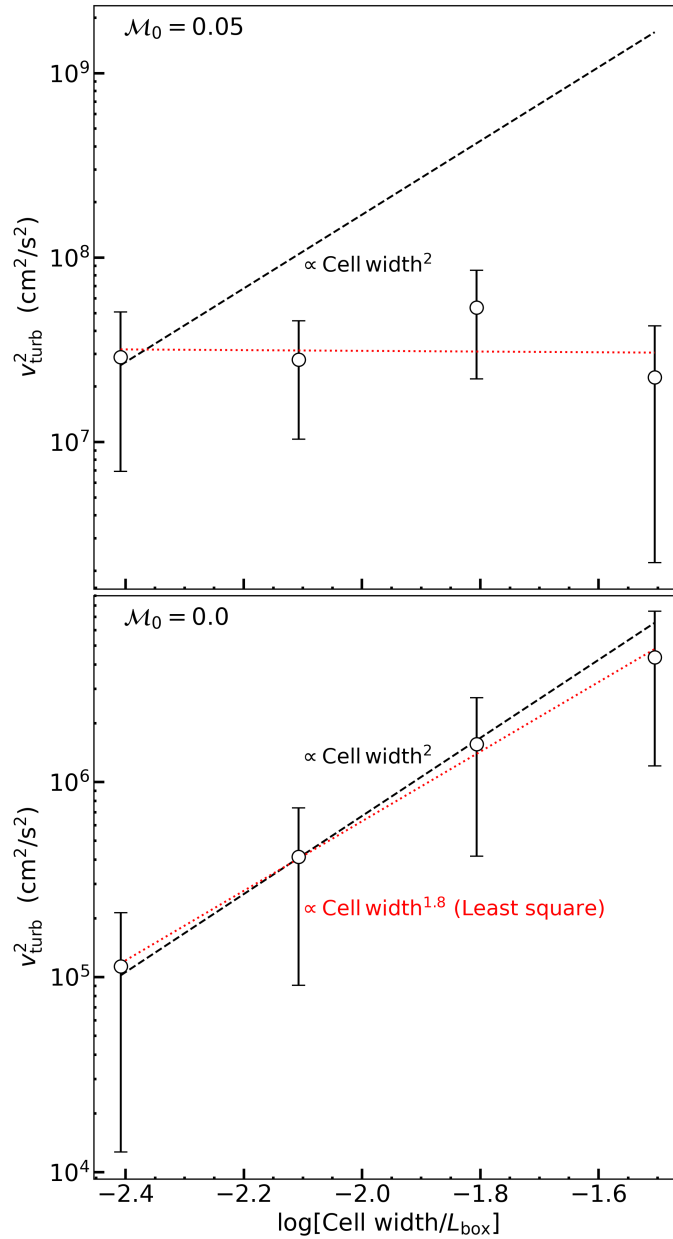


図 2.13  $t_{\text{sim}} = 100 \text{ kyr}$  ( $\rho_{\text{mean}} \sim 1.8 \times 10^{-20} \text{ g cm}^{-3}$  に対応する) における、計算領域のサイズで規格化したセルサイズの関数としての  $v_{\text{turb}}^2$ . パネルはそれぞれ  $\mathcal{M}_0 = 0.05$  (上図)、 $\mathcal{M}_0 = 0.0$  (下図) に対応する。黒い破線は、 $\propto (\text{cell width})^2$  に対応する。赤い点線は最小二乗法で求めた。

その結果、 $\mathcal{M}_0 = 0.05$  では解像度に依存しないので乱流は数値誤差の影響を受けないが、 $\mathcal{M}_0 = 0.0$  ではフィッティング関数が  $(\text{cell width})^{1.8}$  に比例することがわかった。この  $\mathcal{M}_0 = 0.0$  でのセル幅依存性は誤差が 2 次であることを意味する。

初期乱流がない場合、重力ポテンシャルの非球対称成分の変換によって、ごく初期の乱流の比エネルギー ( $\sim v_{\text{turb}}^2$ ) が導入される可能性がある。実際、Enzo の重力ポテンシャルソルバーは 2 次精度である [James, 1977, Bryan et al., 2014]。したがって、 $v_{\text{turb}}^2$  がセル幅のほぼ 2 乗に比例する解像度依存性を示すのは妥当であると言える。

図 (2.14) は、 $\gamma_{\text{eff}} = 1.09$  のときの乱流速度を、基本格子サイズと Jeans パラメータ (RM512–RM32) を変えて

示している。この図では、初期乱流の強度が左上から右下に向かって小さくなっている。どのモデルでも、乱流

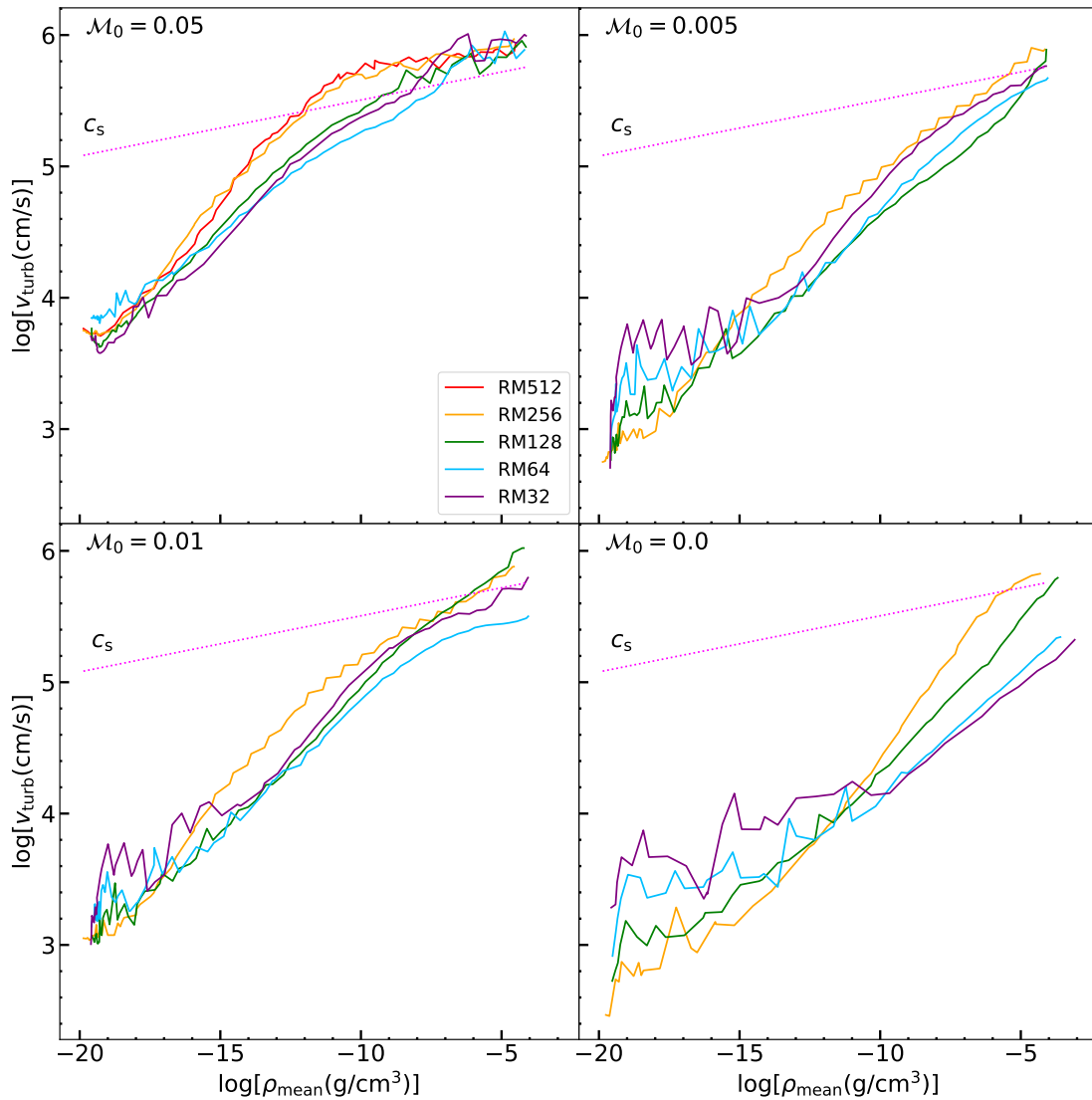


図 2.14 モデル RM512–RM32 における平均密度の関数としての乱流速度の時間発展 ( $\gamma_{\text{eff}} = 1.09$  の場合)。RM512 は  $M_0 = 0.05$  の場合のみ計算する。

は重力収縮によって増幅される。 $M_0 = 0.0$  の場合、初期乱流速度は完全に数値誤差の範囲内であるのに対し、 $M_0 = 0.05$  の結果は図 2.13 に示すように物理的なものである。したがって、図 2.14 では、他のパネルの結果と右下端のパネルの値を比較することで、結果が物理的か数値的かを見ることができる。モデル RM32、RM64、そして RM128 では、 $M_0 = 0.01$  と  $M_0 = 0.005$  の初期状態の乱流速度が  $M_0 = 0.0$  の初期状態の乱流速度と同等であることから、数値的な結果と考えられる。モデル RM256 では、 $M_0 = 0.0$  より少し大きい。したがって、このモデルの結果は数値的な擾乱の影響を受けている可能性があるが、完全な数値的なものではない。

$M_0 = 0.05$  モデルに関しては、左端のパネルで RM256 と RM512 が飽和領域を含めて収束していることがわかる。したがって、 $M_0 = 0.05$  の乱流速度の成長と飽和に関する結果は現実的なものである。初代星形成シミュレーションのミニハロー内で  $\sim 10^4 \text{ cm}^{-3}$  程度のガス雲の乱流マッハ数は  $M_0 = 0.05$  より大きいのが普通であることを考えると (e.g., Clark et al. 2011a, Riaz et al. 2018, Wollenberg et al. 2020)、RM256 はこれらの重力収縮シミュレーションの乱流を解像するのに十分である。

#### 2.4.6 初期スペクトル／ソレノイダル比の効果

最後に、乱流の初期スペクトル／ソレノイダル比の効果を検証する。

$\mathcal{M}_0 = 0.05$ 、 $\gamma_{\text{eff}} = 1.09$  のモデルで以下の 2 つのテストを実行する。

1. 初期乱流運動エネルギースペクトルが  $E(k) \propto k^{-1}, k^{-2}, k^{-3}, k^{-4}$  と異なる場合のテスト。ソレノイダル比は自然混合比に固定する (Test1)。
2.  $E(k) \propto k^{-2}$  に対して、自然混合モード、完全ソレノイダルモード、完全圧縮モードなど、異なるモードの混合のテスト (Test2)。

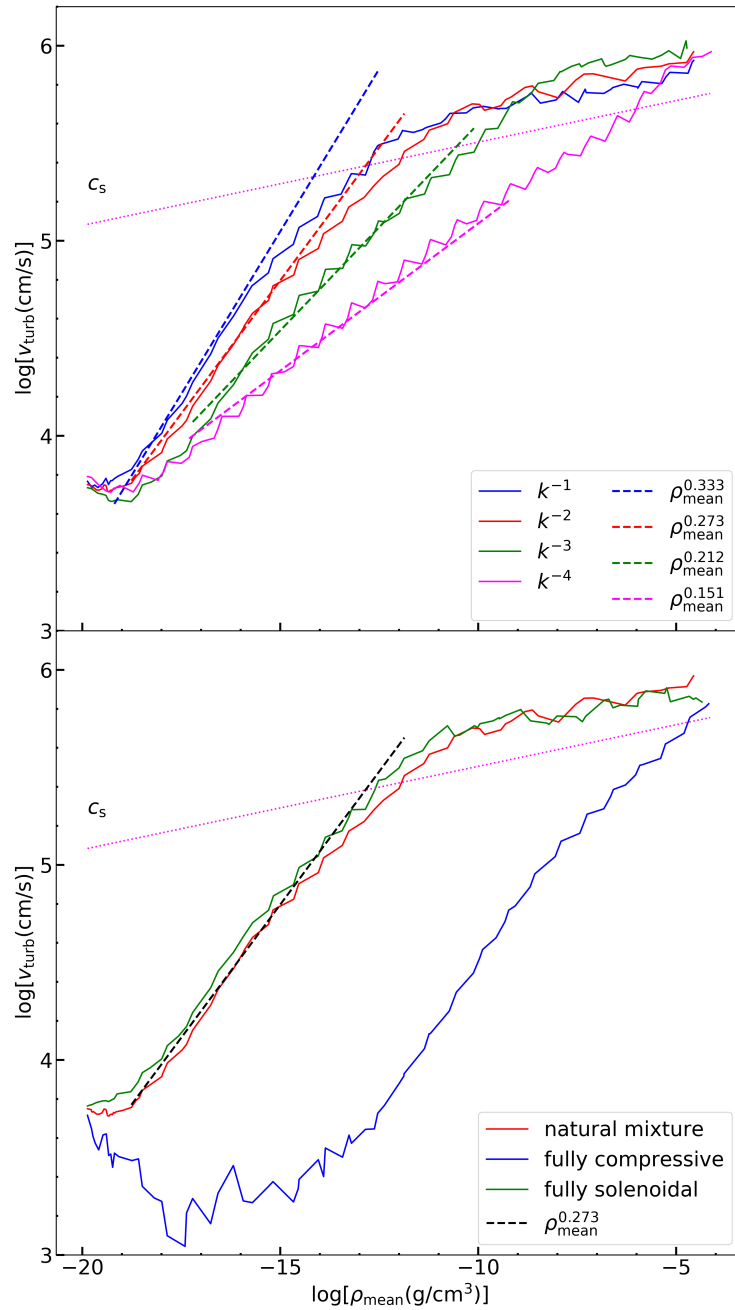


図 2.15 Test1 (上図) と Test2 (下図) における平均密度の関数としての乱流速度の時間発展。色の異なる実線の曲線は、異なる初期乱流モデルでの数値計算結果を示す。マゼンタの点線は Jeans 体積内での平均音速を示す。上図の各色に対応する破線と下段の黒破線は、解析的推定 (式 2.14) から得られる。

これらのテスト結果を図 2.15 に示す。この図は、Test1(上図) と Test2(下図) の平均密度の関数としての乱流速度の進化を示している。

上図では、解析的推定と計算結果が、すべての初期乱流エネルギースペクトルで良い一致を示していることがわかる。これは、少なくとも Jeans スケール  $\sim k_J$  付近では、重力収縮の間、スペクトル指数が変化しないことを

意味する。この飽和前のスペクトル指数の保存は、時間スケールの議論によって簡単に理解できる。コアスケール (すなわち Jeans スケール) 周辺でのカスケードの時間スケールは  $\sim 1/(k_J v_{\text{turb}})$  であり、 $v_{\text{turb}} < c_s$  である限り、音波の交差時間  $\sim 1/(k_J c_s)$  より長い。このコアの音波の交差時間は重力収縮の時間スケールとほぼ同等のはずである。その結果、カスケードの時間スケールは重力収縮の時間スケールよりも長くなる。したがって、飽和前のスペクトルの形状が保存されるのは合理的である (より詳細には図 2.16 も参照)。

下のパネルでは、自然混合モデルと完全ソレノイダルモデルがほぼ同じ結果を示している。これら2つのモデルの乱流速度は、重力収縮開始直後に増幅される。どちらの場合も乱流マッハ数は  $M \sim 2$  で飽和し、乱流の初期混合モードに依存しない。

一方、完全圧縮モデルでは、上記2つのモデルとは大きな違いが見られる。完全圧縮モデルの乱流速度は重力収縮開始直後に減少する。これは圧縮モードの小波数モードでの振動によるものであると考えられる。このとき、(圧縮) 乱流速度は有限の値であるが、初期密度揺らぎはゼロである。これは初期乱流速度の振幅が振動の局所極大にあることを意味し、それによって初期乱流速度は減少する。重力収縮が進むと、図 2.9 でも見られるように、圧縮モードのエネルギーの一部がソレノイダルモードに変換される。そしてソレノイダルモードが成長し、やがて圧縮モードを追い越す。その結果、乱流速度は他の2つのモデルと同じような成長速度、すなわち、ソレノイダルモードの成長速度で増加する。このことは、重力収縮開始時にソレノイダルモードが存在しない場合でも、重力収縮の過程でソレノイダルモードの成長が最終的に圧縮モードの成長を支配することを意味する。

また、図 2.15 の上図の議論を補強するために、Test1 での初期エネルギースペクトル  $E(k) \propto k^{-3}$  のモデルにおける乱流運動エネルギースペクトルの推移 (図 2.16) をプロットする。この図の詳細は、初期乱流運動エネルギースペクトル以外は図 2.9 と同じである。上図では、飽和前 ( $\rho_{\text{mean}} < 10^{-8}$ ) ではスペクトル指数が保存されていることがわかる。一方、飽和後は、 $k$  の高い方からスペクトル指数が徐々に増加する (べき乗分布が浅くなる)。これは、高  $k$  端の乱流渦は低  $k$  端の乱流渦に比べて渦の時間スケールが短いため、非線形効果によってエネルギーが  $k$  空間に再分配されるためである。

2つのテストの結果をまとめると、乱流速度の成長速度は乱流運動エネルギースペクトルの初期べき乗指数に敏感に依存することがわかった。一方、完全圧縮乱流モデルでは、初期に乱流速度の立ち上がりが遅れるものの、ソレノイダルモードの成長速度 (式 2.14) に従うため、乱流速度の成長速度は初期ソレノイダル比に依存しない。いずれの場合も乱流速度は成長し、2.2 節の解析的推定と一致する。

## 2.5 本章の結果に対するの議論

本章の研究では、乱流の詳細な進化を理解するために、弱い初期乱流速度 ( $M_0 \leq 0.1$ ) を選択した。他の著者による宇宙論的シミュレーションでは、ハローに向かってフィラメントに沿って流入するガスは、暴走的収縮が始まる前の低密度期 ( $n_{\text{H}} \sim 10^3 \text{ cm}^{-3}$ ) で既に  $M_0 \gtrsim 0.5$  の乱流が発生することが示されている (e.g., Wise and Abel 2007, Greif et al. 2008, 2011, 2012)。これらの初期マッハ数は、この論文で発見された閾値を明らかに超えており (式 2.15)、したがって、星形成中の高密度コアは重力収縮中に必ず遷音速に到達するはずである。これは以前の数値計算を用いた研究の結果 Greif et al. [2012] と一致する。また、 $\gamma_{\text{eff}} = 1.09$  での乱流速度の飽和レベルは超音速であり (図 2.4)、従って、本章で得られた結果は、これまでの初代星形成に関する数値計算による研究結果をよく説明することができる。

数値計算では、初期回転と雲の非対称性を無視した理想的な Bonnor-Ebert 球を初期条件に用いた。その結果、回転による変形とせん断運動の影響を最小にした。また、衝撃波や放射冷却などのエントロピー生成・減少過程の効果を単純化するために、 $\gamma_{\text{eff}}$  を一定と仮定した。衝撃波の存在は、渦度方程式の傾圧項による渦度の時間変化をもたらすが、この研究では無視している。これらの仮定は今回の結果に何らかの影響を与える可能性があり、先行研究との比較によって議論することができる。Greif et al. [2012] は、様々な冷却過程と衝撃波加熱を考慮し、宇宙論的初期条件から原始星コアが形成されるまでのガスの重力収縮を追った。また、彼らのシミュレー

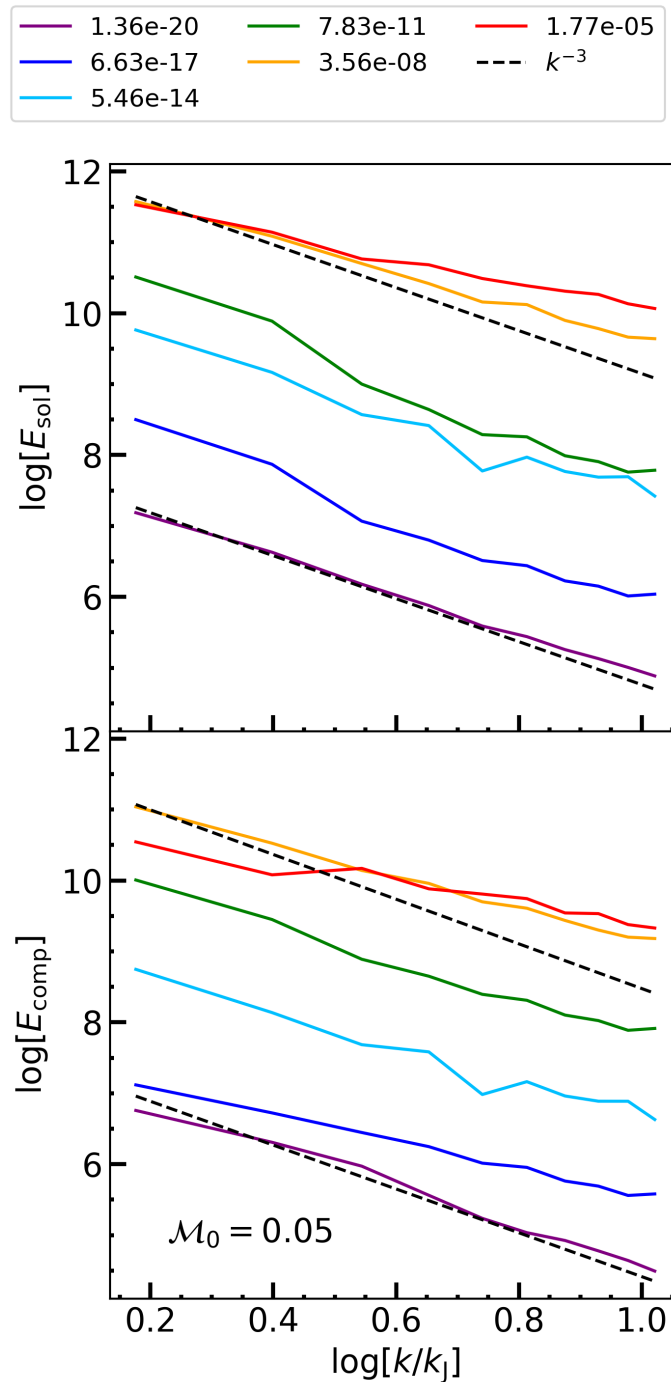


図 2.16  $M_0 = 0.05$ 、初期エネルギースペクトル  $E(k) \propto k^{-3}$  の場合でのソレノイダルモード (上図) と圧縮モード (下図) の運動エネルギースペクトルの時間発展。実線の曲線は数値計算の結果を示す。黒い破線は  $\propto k^{-3}$  を示し、色の違いは  $\rho_{\text{mean}}$  の値の違いを示す。

ションでは、乱流が  $M \sim 2$  まで乱流が増幅されることがわかり、本章の結果 (図 2.4) と一致した。これは、初期ガスの回転やエントロピーの変化は乱流の増幅にほとんど影響しないことを示唆している。また、Turk et al. [2012] は磁場の有無やダイナミックレンジの違いを除けば、宇宙論的な初期条件からのガスの重力収縮についても、Greif et al. [2012] と同様に追っている。その結果、彼らの計算では密度-渦度二乗の関係は  $\omega^2 \propto \rho^{4/3}$  にほぼ従う。この事実は、重力収縮シミュレーションにおいて、渦度方程式における傾圧項の寄与が小さいことを示している。これらの効果についてのより詳細な研究結果は次章で述べる。

本章では、円盤分裂のダイナミクスにとって重要な質量降着期の乱流については調べていない。円盤は密度  $\rho_{\text{peak}} \gtrsim 10^{-5} \text{ g cm}^{-3}$  の光学的に厚い領域で、かつ放射冷却が非効率的な静水圧コア (原始星) の周囲に形成され

ると考えられている [Larson, 1969, Penston, 1969]。最近の研究では、収縮期の乱流が円盤の分裂を促進し、第一世代の星の初期質量関数 (IMF) に影響を与えることが示されている (e.g. Clark et al. 2011a, Riaz et al. 2018, Wollenberg et al. 2020)。降着期の乱流について詳細に調べた研究は現在行われていないが、円盤内の強いせん断運動と分裂によるカオス的な運動から、質量降着期にも乱流が駆動され続けると予想するのが妥当である。

乱流運動を伴う磁場については、本章では考慮されていない。磁場が存在することは、原始星の進化にとって重要であり、暴走的収縮期にはさらなる加熱をもたらす [Schleicher et al., 2009, Nakauchi et al., 2019, 2021]、質量降着期には磁気制動やアウトフローフィードバックを引き起こす [Machida and Doi, 2013]。高分解能数値シミュレーションにより、磁場を持つ乱流始原ガスにおいて small-scale ダイナモ効果によって、初期種磁場の強さと数値分解能に依存するあるレベルまで種磁場を増幅できることが示されている [Sur et al., 2010, 2012, Federrath et al., 2011b, Turk et al., 2012]。しかし、乱流の渦の最小スケールが Jeans スケールに比べて小さすぎて数値的に解像できないため、最新の最高解像度のシミュレーションでも数値計算結果は収束しない。この数値計算の難しさを克服するために、解析的モデルが提唱されている [Schleicher et al., 2010, Schober et al., 2012, Xu and Lazarian, 2016, 2020, McKee et al., 2020]。第4章では、これらのモデルを拡張し、高精度数値磁気流体シミュレーションと比較することによって増幅された磁場の大きさを推定する。

最後に、本章の結果は非常に一般的で堅牢であるため、初代星の場合だけでなく、より一般的な星形成・雲の重力収縮過程にも適用できることに注目したい。通常、ガス雲の重力収縮シミュレーションでは、大きな Jeans パラメータを用いないため、コアでの物理過程を変化させる可能性のある乱流渦の解像に失敗する。従って、たとえ初期速度場が小さくても、暴走的収縮をするガス雲コアは乱流的になりやすいことを念頭に置く必要がある。

## 2.6 本章のまとめ

本章では、ガス雲の最大密度が  $\rho_{\text{peak}} = 10^{-4} \text{ g cm}^{-3}$  に達するまでの重力収縮過程を追う高分解能数値シミュレーションを行い、重力収縮するガス雲における乱流の増幅を研究した。その結果、ガス雲の重力収縮によって乱流が増幅されることがわかった。乱流速度/渦度と密度のスケール関係を解析的に見積もり、またシミュレーション結果は解析の見積もりと良い一致を示したが、計算格子の離散化による誤差の導入には特に注意が必要であることも明らかになった。また、与えられた密度  $\rho_{\text{sonic}}$  で遷音速/超音速乱流に乱流が達するための、 $\rho_0$  の臨界初期マッハ数を明らかにした。 $\rho_0 = 10^{-19} \text{ g cm}^{-3}$ 、 $\rho_{\text{sonic}} = 10^{-6} \text{ g cm}^{-3}$  のとき、 $M_{0,\text{cr}} \simeq 0.001$  が得られる。その結果、この臨界初期マッハ数は宇宙論的シミュレーションで容易に実現できるため、十分に乱流的な高密度コアが論理的に予想される。そして、増幅メカニズムをより詳細に調べるために、ソレノイダルモードと圧縮モードの速度進化を別々に追った。全速度から半径方向の速度を差し引くと、シミュレーション開始直後からソレノイダルモードが支配的であった。これは、雲の重力収縮がソレノイダルモードの増幅を引き起こし、そして全乱流速度を増加させることを示している。ソレノイダルモードはシミュレーション終了時まで成長し続け、初期マッハ数が  $M_0 = 0.05$  のように小さくとも、乱流速度は最終的に超音速に達する。最後に乱流の初期スペクトル/ソレノイダル比の効果を検証した。その結果、乱流の成長率は乱流の初期スペクトルに敏感に依存することがわかった。一方、初期ソレノイダル比が異なる場合においても、乱流の成長率は同じであったが、これは単純に成長率がソレノイダルモードに支配されているためである。



## 第3章

# 収縮するガス雲コアにおける乱流の飽和レベル

### Contents

3.1	本章の概要	43
3.2	収縮シミュレーション	44
3.2.1	Barotropic EoS	45
3.2.2	始原化学組成モデル	45
3.2.3	初期乱流	45
3.3	結果	46
3.3.1	barotropic EoS での全体的な乱流の進化	47
3.3.2	傾圧項の有無による比較	48
3.4	乱流飽和の解析的推定	48
3.5	乱流の駆動スケール	51
3.6	本章の結果に対する議論	52
3.6.1	初代星形成	52
3.6.2	現代の星形成	53
3.7	本章のまとめ	53

### 3.1 本章の概要

第2章では、収縮する始原ガス雲における乱流増幅のメカニズムを調べた。その結果、始原環境では原始星形成までに遷音速/超音速乱流が発生していることがわかった。一方、現在の銀河系では、幅広い空間スケールで分子雲が乱流的でかつ磁化していることがよく知られている。その環境の性質によって、コアは低質量 ( $< 10M_{\odot}$ ) から高質量 ( $> 100M_{\odot}$ ) まで、乱流速度は亜音速から超音速まで様々である。一方で、現在の星の質量はべき乗分布の広い範囲にある [e.g., Salpeter, 1955, Kroupa et al., 2001, Chabrier, 2005]。このような分子雲コア分布は、母体となる分子雲中の磁気乱流でモデル化され、それが星の初期質量関数 (IMF) に反映される可能性があり [e.g., Padoan and Nordlund, 2002]、また、原始星形成後の円盤分裂も磁気乱流の強さが IMF を変化させる可能性がある。このように、乱流と磁場は現在の宇宙における星形成過程にとって重要である。

乱流について、これまでの研究で重力収縮によってその強度が増幅されることが示されている [Vázquez-Semadeni et al., 1998, Robertson and Goldreich, 2012, Murray and Chang, 2015, Birnboim et al., 2018, Guerrero-Gamboa and Vázquez-Semadeni, 2020, Mandal et al., 2020]。前章において、収縮する polytropic/barotropic なガス雲における乱流の増幅を数値的に追った。また、収縮するガス雲中の乱流の増幅を適切に記述する解析的表式を得た。これらのシミュレーションでは、乱流速度の二乗平均平方根 (Root-Mean-Square: RMS) が最大で音速の数倍に達し、初期乱流場が弱くても最終的に飽和することもわかった。この飽和

レベルは有効ポリトロプ指数に依存することがわかったが、前章では詳細なメカニズムには踏み込んでいない。

本章では、重力収縮によって増幅された乱流の飽和メカニズムを詳細に調べる。この目的のため、まず、様々な初期条件下でのガス雲の収縮を追う数値シミュレーションを実行する。まず、3.2節では収縮を追うシミュレーションを行うための設定について述べ、3.3節でそれによって得られた結果を示す。そして、3.4節で乱流の飽和レベルを理論的に見積もり、3.5で得られた数値計算の結果と理論的な見積もりを比較する。3.6節では、議論を行い、3.7節で本章の要点をまとめる。

本章の内容は The Astrophysical Journal, Volume 940, Number 1 [Higashi et al., 2022]\*1 に掲載済みである。

## 3.2 収縮シミュレーション

前章と同様に、高解像度の3次元重力収縮シミュレーションを、 $N$ -body/AMR(adaptive mesh refinement) 宇宙論的流体力学シミュレーションコードの ENZO [Bryan et al., 2014] を用いて実行する。解く方程式は前章同様に式 (2.16), (2.17), (2.18) である。なお、式 (2.18) を解くのは後述の始原化学組成モデル (3.2.2) のみであり、barotropic EoS ラン (3.2.1) では解かない。初期条件として、中心密度  $\rho_{\text{peak},0} = 4.65 \times 10^{-20} \text{ g cm}^{-3}$ 、一様温度  $T_0 = 200 \text{ K}$ 、そして半径  $r_c = 1.5 \text{ pc}$  を持つ重力的に不安定な Bonner-Ebert 球を生成する。これは、前章の 2.3 節と同じ初期条件である。計算領域のサイズは  $4r_c$  であり、周期境界条件を適用する。

$256^3$  セルを持つ基本グリッドで計算を開始し、少なくとも 128 セルで Jeans 長を分解するために、雲が収縮するにつれてセルを徐々に細分化する (つまり、Jeans パラメータ  $N_J = 128$  である)。ただし、 $\gamma_{\text{eff}} = 1.3$  のモデル (後述) 以外は、最大密度が  $10^{-4} \text{ g cm}^{-3}$  に達した時点でシミュレーションを終了する。シミュレーション終了までに、最大細分化レベルは  $\gamma_{\text{eff}} = 1.0$  で 27、 $\gamma_{\text{eff}} = 1.25$  で 20 に達する。対応する最小空間解像度はそれぞれ  $3.0 \times 10^{-5} \text{ AU}$  と  $0.038 \text{ AU}$  である。ほかのモデルでの最大細分化レベルは 20-27 の間に分布している。前章同様に、計算結果の解析には YT toolkit を用いる。

表 3.1 シミュレーションのパラメータ

ラベル	マッハ数	初期回転	$\gamma_{\text{eff}}$	乱流シード
LowA	0.1	なし	すべて	<b>A</b>
LowB	0.1	なし	1.25 と 1.3 を除くすべて	<b>B</b>
LowC	0.1	なし	1.25 と 1.3 を除くすべて	<b>C</b>
LowA w/c	0.1	なし	化学反応有	<b>A</b>
Middle	0.5	なし	1.09	<b>A</b>
Middle w/r	0.5	あり	1.09	<b>A</b>
High	1.0	なし	1.09	<b>A</b>

“Low”、“Middle”、“High” は初期マッハ数の強さに対応する。“w/c” と “w/r” はそれぞれ化学反応と初期回転を含むモデルを表す。計算コストの高さのため、 $\gamma_{\text{eff}} = 1.25$  と 1.3 のシミュレーションはシード **A** のみで行った。

\*1 doi: [10.3847/1538-4357/a](https://doi.org/10.3847/1538-4357/a) under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 license with permission of republication, ©AAS.

### 3.2.1 Barotropic EoS

このモデルでは、収縮するガス中の温度進化を前章 2.3 節同様に簡略化されたポリトロップモデルを用いて計算する。圧力  $P$  と密度  $\rho$  の関係は有効ポリトロップ指数  $\gamma_{\text{eff}}$  を用いて、以下で記述される。

$$P \propto \rho^{\gamma_{\text{eff}}} \quad (3.1)$$

このモデルでは、式 (2.18) を解く代わりに、この関係を利用する。本章では、1.0, 1.05, 1.09, 1.1, 1.15, 1.2, 1.25, 1.3 の 8 つの  $\gamma_{\text{eff}}$  について計算を行う。なお、計算コストの高さのため、 $\gamma_{\text{eff}} = 1.3$  の場合のみ、コア内の平均密度が  $10^{-10} \text{ g cm}^{-3}$  になった時点でシミュレーションを終了する。 $\gamma_{\text{eff}} = 1.09$  と 1.1 はミニハロー内の始原ガスを模している [Omukai and Nishi, 1998]。ガスの平均分子量は  $\mu = 1.22$  に設定する。

### 3.2.2 始原化学組成モデル

Barotropic EoS では明示的に計算されていないが、衝撃波または放射冷却によるエントロピーの生成/減少を解くことで、渦度方程式の傾圧項を通じて乱流の増幅/飽和レベルが変化する可能性がある [e.g., Wise and Abel, 2007]。本節では、傾圧項が乱流速度の進化に与える影響を調べるために、始原ガスの非平衡化学反応と放射冷却を明示的に考慮する。このために、15 種類の化学種 ( $e^-$ , H,  $H^+$ ,  $H^-$ ,  $H_2$ ,  $H_2^+$ , He,  $He^+$ ,  $He^{2+}$ ,  $HeH^+$ , D,  $D^+$ ,  $D^-$ , HD,  $HD^+$ ) の 49 個の化学反応を Chiaki and Wise [2019] によって改良/拡張された GRACKLE コード [Smith et al., 2017]<sup>\*2</sup> を用いて解く。このモデルでは、 $\mu$  は化学種の存在量から直接計算される。数密度が  $10^{17} \text{ cm}^{-3}$  を超える高密度領域では、非平衡化学ソルバーの時間ステップが力学的時間よりも極端に小さくなり、計算コストが膨大になる。そこで、この領域では Saha-Boltzman 方程式を用いた平衡化学ソルバーによって水素とヘリウムの存在量を計算する。初期条件として、 $H_2$ ,  $H^+$ , H, He の全ガスに対する存在比を  $x_{H_2} = 7.60 \times 10^{-4}$ ,  $x_{H^+} = 7.60 \times 10^{-8}$ ,  $x_H = 0.759$ ,  $x_{He} = 0.240$  としてそれぞれ仮定する。

### 3.2.3 初期乱流

前述 (1.3.1 節) の通り、収縮するガスコアは、収縮期の初期にある程度の乱流速度を持つことが知られている (始原ガス雲については Greif 2015、現在の天の川銀河については McKee and Ostriker [2007] のレビューも参照)。

加えて、乱流速度のパワースペクトルは、現在の宇宙のガス雲 [Solomon et al., 1987] と始原ガス雲 [Prieto et al., 2011] の両方で Larson 則 ( $P(k) \equiv \langle |v_k|^2 \rangle \propto k^{-4}$ ) に従うことが知られている。ここで、 $v_k$  と  $k$  はそれぞれ波数空間での速度と波数である。そこで、その Larson 則に従う初期乱流速度場を初期の二乗平均平方根マッハ数を変化させて与えることとする。

Larson 則の 1 次元運動エネルギースペクトル  $E(k) \propto k^2 P(k)$  は  $k^{-2}$  に比例し、Burgers(圧縮性) 乱流のべき乗指数と同じである [Burgers, 1948]。この乱流場は、ソレノイダルモード (発散のないモード) と圧縮モード (回転のないモード) が混合したものとし、それぞれの割合は 2/3 と 1/3 とする。横波が 3 次元系の空間方向の 2/3 を占め、縦波が残りの 1/3 を占めることを考えると、これは自然な初期条件である。

先行研究では、星形成コアは重力ポテンシャルに対して数パーセントの回転エネルギーを持つことが示されている [e.g., Goodman et al., 1993, Yoshida et al., 2006]。そこで、より現実的なケースとして、重力ポテンシャルの 5% の初期回転エネルギーを持つ場合についてもシミュレーションを行い、初期回転が乱流速度の時間発展に与える影響を調べた。

<sup>\*2</sup> <https://grackle.readthedocs.io/>

さらに、乱流の初期ランダムシードの効果を調べるために、ここでは、 $\gamma_{\text{eff}} = 1.0, 1.05, 1.1, 1.15, 1.2$  の5種類の有効ポリトロップ指数についてそれぞれ3種類の初期シード (“A”, “B”, “C”) を用いてシミュレーションを行う。計算コストの高さのため、 $\gamma_{\text{eff}} = 1.25, 1.3$  については、シード A のみで計算を行う。各シミュレーションのパラメータを表 3.1 に示す。

前章同様、乱流の時間発展の解析では、Jeans 体積内のセル体積で重み付けられた二乗平均平方根の乱流速度を計算する。乱流速度の定義には、式 (2.21) を用いる。

### 3.3 結果

本節ではまず、ポリトロップ指数、初期乱流シード、初期乱流速度の影響に着目し、barotropic EoS を用いたモデルにおける全体的な乱流の発展を示す (3.3.1 節)。次に、傾圧項を含む/含まない結果を比較し、乱流の発展への影響を示す (3.3.2 節)。

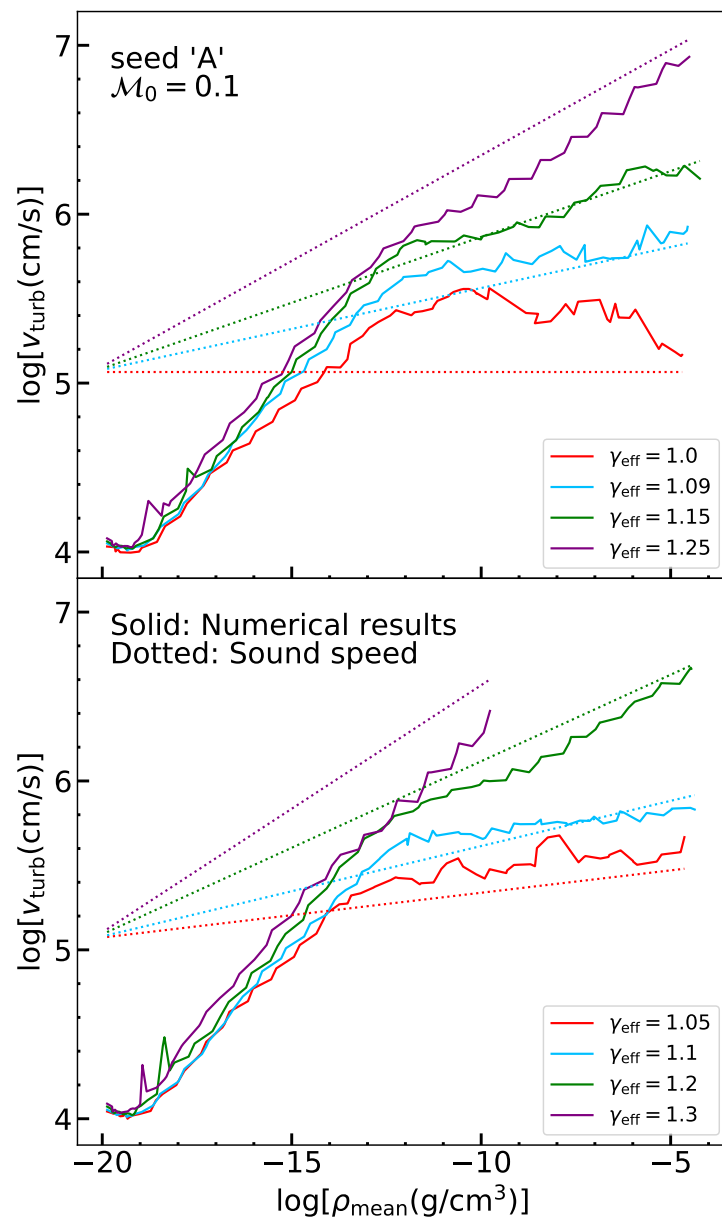


図 3.1 Jeans 体積内の平均密度  $\rho_{\text{mean}}$  の関数としての乱流速度  $v_{\text{turb}}$  の時間発展。異なる色の実線の曲線は、異なる  $\gamma_{\text{eff}}$  の計算結果を示す。点線は Jeans 体積内の平均音速を示す。

### 3.3.1 barotropic EoS での全体的な乱流の進化

図 3.1 は、モデル LowA での各スナップショットの Jeans 体積内の平均密度  $\rho_{\text{mean}}$  の関数としての乱流速度の変化を示している。見やすいように 2 つのパネルに分けている。前章で示したように、乱流速度（実線の曲線）は最初は  $\gamma_{\text{eff}}$  に依存する成長率で増加する。最終的には、 $\rho_{\text{mean}} \simeq 10^{-13} \text{ g cm}^{-3}$  で飽和し、その後、音速（破線）に近い成長率で増加する。さらに、音速に対する飽和速度の比は、 $\gamma_{\text{eff}}$  に依存し、 $\gamma_{\text{eff}}$  が増加するにつれて減少する。これらの飽和レベルを決定する物理メカニズムについては、3.3.2 節と 3.4 節で詳しく説明する。

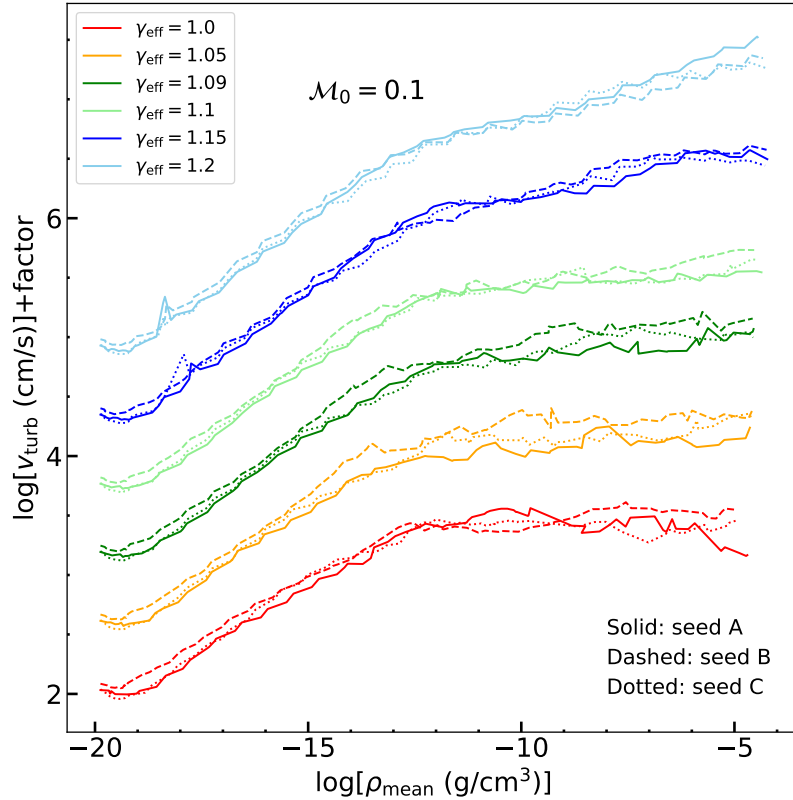


図 3.2 図 3.1 と同じ。ただし、乱流の初期シードが違う場合 (LowA, LowB, and LowC)。線の種類の違いは初期シードの違い、色の違いは  $\gamma_{\text{eff}}$  の違いに対応する。見やすくするため、各  $\gamma_{\text{eff}}$  のモデルごとに係数を掛けている。

次に、各初期乱流シードでの乱流速度の変化を図 3.2 に示す。見やすさのために、各  $\gamma_{\text{eff}}$  のモデルに対して係数をかけている。飽和前 ( $\rho_{\text{mean}} \lesssim 10^{-13} \text{ g cm}^{-3}$ ) の乱流速度の成長率は初期乱流シードに依存しないことがわかる。また、最終乱流速度はすべての  $\gamma_{\text{eff}}$  でほぼ収束しており、初期シードによる違いはせいぜい 2 倍程度であることがわかる。初期シードの違いによるマッハ数の違いやその詳細については 3.5 節で説明する。

図 3.3 に  $\gamma_{\text{eff}}$  を 1.09 に固定し、初期乱流速度を変えた場合の各モデルの乱流速度の進化を示す。また、初期回転を伴うモデル (Middle w/r) の結果もプロットした。すべてのモデルにおいて、乱流速度は  $\rho_{\text{mean}} \gtrsim 10^{-13} \text{ g cm}^{-3}$  で飽和している。これらのモデルの飽和レベルはほぼ収束しており、乱流の初期強度や回転の有無による差は最大でも 20% 程度である。このことから、回転速度は、収縮の過程を通して乱流の成長においては重要ではないことがわかった。従って、最終的に実現されるマッハ数は初期回転の影響をあまり受けない。しかし、回転速度が支配的な成分である場合には、回転速度を明示的に考慮しなければならないことに留意する必要がある。このような場合、乱流速度の定義 (式 2.21) は Chiaki and Yoshida [2022] の式 (18) のように修正する必要がある。

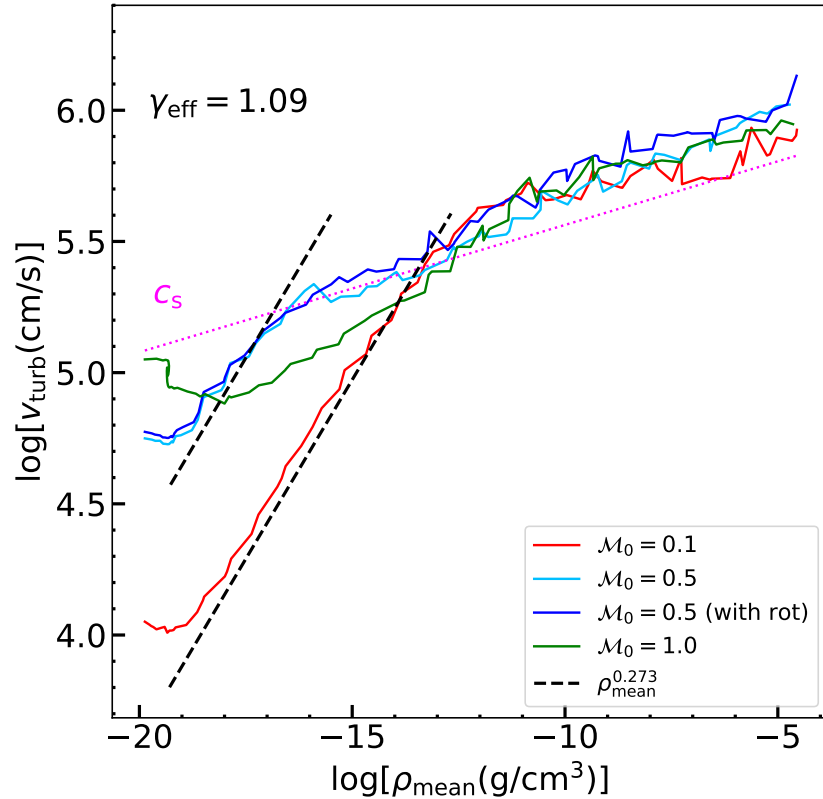


図 3.3 図 3.1 と同じ。ただし、 $M_0$  と初期回転エネルギーが異なる場合 (LowA, Middle, Middle w/r, and High)。実線の曲線はそれぞれのモデルでの計算結果。マゼンタの点線は、 $\gamma_{\text{eff}} = 1.09$  のときの Jeans 体積内の平均音速を示す。黒の破線は  $\gamma_{\text{eff}} = 1.09$  を用いて式 (2.14) から得られた。

### 3.3.2 傾圧項の有無による比較

3.2.1 節で述べたように、 $\gamma_{\text{eff}} = 1.09$  と 1.1 は収縮する始原ガスの温度進化をよく再現する。ここでは、図 3.4 に示すように、乱流速度の時間発展を barotropic EoS を用いたモデルと放射冷却を明示的に取り扱ったモデル (始原化学組成モデル) の間で結果を比較する。

前章図 2.4 同様に、 $\gamma_{\text{eff}} = 1.09, 1.1, w/c$  の 3 つの LowA の結果はいずれも  $\rho_{\text{mean}} \lesssim 10^{-13} \text{ g cm}^{-3}$  の解析的推定値 (破線) とよく一致していることがわかる。また、すべてのモデルの乱流速度は  $\rho_{\text{mean}} \gtrsim 10^{-13} \text{ g cm}^{-3}$  で飽和し、収束することがわかる。このことは、重力収縮における乱流の成長と飽和が、衝撃波や化学反応・放射冷却によって誘起される傾圧項の影響をあまり受けず、 $\gamma_{\text{eff}}$  にのみに依存することを示している。

## 3.4 乱流飽和の解析的推定

前節では、乱流の成長率と飽和レベルは  $\gamma_{\text{eff}}$  のみに依存することを明らかにした。本節では、Robertson and Goldreich [2012] によって提案された解析的なモデルを拡張し、乱流の増幅と散逸による減衰の釣り合いから、重力収縮によって増幅される乱流の最大飽和レベルを解析的に見積もる。

Robertson and Goldreich [2012] の「断熱加熱」モデルでは、一様に収縮する背景場上の二乗平均平方根乱流速度の時間発展は次のように表される:

$$\frac{dv}{dt} = -Hv - \eta \frac{v^2}{al}. \quad (3.2)$$

ここで、 $a$ ,  $H (\equiv \dot{a}/a)$ ,  $\eta$ , そして  $l$  はそれぞれ、スケールファクター、「ハッブルパラメーター」、乱流の散逸係数、共動座標系での乱流の典型的な駆動スケールである。一様に变化する背景場では、平均密度場  $\rho$  と  $a$  は  $\rho \propto a^{-3}$

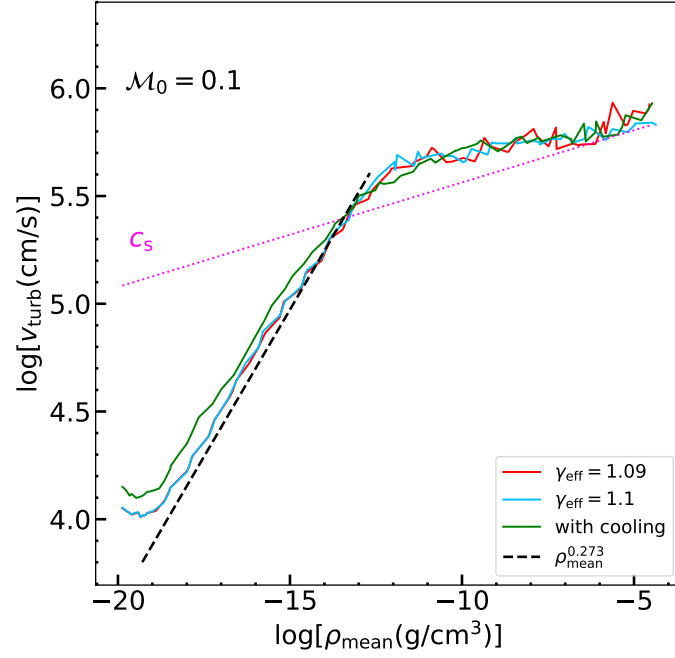


図 3.4 図 3.3 と同じ。ただし、barotropic EoS と始原化学モデルの比較。実線の曲線はそれぞれ、 $\gamma_{\text{eff}} = 1.09$  (赤)、 $\gamma_{\text{eff}} = 1.1$  (シアン)、始原化学モデル (w/c, 緑) の数値計算結果を示す。マゼンタの点線は、 $\gamma_{\text{eff}} = 1.09$  のときの Jeans 体積内の平均音速を示す。黒の破線は  $\gamma_{\text{eff}} = 1.09$  を用いて式 (2.14) から得られた。

の関係で与えられる。

式 (3.2) の右辺第一項は重力収縮による乱流の増幅を、第二項は散逸による減衰項をそれぞれ表す。この式を乱流の渦の回転周波数  $\omega = \frac{v}{a\ell}$  を用いて次のように書き直すことができる。

$$\frac{dv}{da} = - \left( 1 + \eta \frac{\omega}{H} \right) \frac{v}{a}. \quad (3.3)$$

さらにこれを  $\omega$  と  $H$  の関係式に変形すると、

$$\frac{d \log(\omega/H)}{d \log(1/a)} = \left( 2 + \eta \frac{\omega}{H} \right) - \frac{d \log H}{d \log(1/a)}. \quad (3.4)$$

ここでは、 $\ell$  は注目する共動座標での長さスケールであり、定数と仮定する。収縮時間  $t_{\text{collapse}} \sim |H|^{-1}$  が自由落下時間に比例する ( $\propto 1/\sqrt{\rho}$ ) とすると、式 (3.4) の第二項は次のようになる

$$\frac{d \log(H)}{d \log(1/a)} = \frac{3}{2}. \quad (3.5)$$

収縮が進み ( $a \rightarrow 0$ )、 $\omega/H$  がある値に漸近すると仮定すると、 $d \log(\omega/H)/d \log(1/a) \rightarrow 0$  となり、

$$2 + \eta \frac{\omega}{H} - \frac{3}{2} \rightarrow 0 \quad (\text{for } \log(1/a) \rightarrow \infty). \quad (3.6)$$

を得る [Robertson and Goldreich, 2012]。

このモデルを自己相似的に収縮するガスコアに対して適用する。式 (3.2) の駆動スケールを Jeans 長  $L_J$  のファクター  $f$  倍と仮定し、式 (3.4) と (3.5) に対応する関係を導き直すと、次のようになる。

$$\frac{d \log(\omega/H)}{d \log(1/a)} = \frac{5 - 3\gamma_{\text{eff}}}{2} + \eta \frac{\omega}{H} \quad (\text{for } a\ell \sim fL_J). \quad (3.7)$$

Jeans 長は以下の式であたえられる。

$$L_J = \sqrt{\frac{\pi c_s^2}{G\rho}} \propto a^{3(2-\gamma_{\text{eff}})/2}. \quad (3.8)$$

ここで、 $c_s$  は収縮するガス雲の音速である。式 (3.7) から、 $\rho \rightarrow \infty$  (or  $a \rightarrow 0$ ) の極限における漸近値は次のようになる

$$\frac{\omega}{|H|} = \frac{5 - 3\gamma_{\text{eff}}}{2\eta}. \quad (3.9)$$

次に収縮するガスコアにおける  $|H| (= \dot{a}/a = (1/3)(\dot{\rho}/\rho))$  を推定する。収縮が自己相似的に進むと仮定すると、中心密度は [Yahil, 1983, Suto and Silk, 1988] の常微分方程式を積分することで得られる。それらの式から、雲中心からの半径  $r$  と時間  $t$  の関数としての密度  $\rho(r, t)$  は  $\rho(r, t) = \alpha(x)/(4\pi G t^2)$  として与えられる。  $\alpha(x)$  は定数  $\kappa$  と  $n$  を用いて与えられる無次元座標  $x \equiv r/\sqrt{\kappa t^n}$  の関数としての無次元量である。詳しくは Suto and Silk 1988 を参照。コアの中心 ( $x = 0$ ) において、中心密度  $\rho_c$  は  $\rho_c = \alpha(0)/(4\pi G t^2)$  として与えられ、  $\alpha(0)$  は  $\gamma_{\text{eff}}$  に依存する定数である (表 3.2 参照)。またここでは、自己相似的に収縮するガスコアにおいて、ガスコアの密度が一樣 ( $\rho_{\text{mean}} \simeq \rho_c$ ) であると仮定する。

これらの仮定は  $\gamma_{\text{eff}} = 1.09$  での 3次元収縮シミュレーションでは妥当であることが前章で示されたが、他の  $\gamma_{\text{eff}}$  では妥当性を確認していない。そこで、本章で考慮するすべての  $\gamma_{\text{eff}}$  について、シミュレーションの結果と自己相似解を比較する。まず、比較するために必要な  $\alpha(0)$  を得るために、4次の Runge-Kutta 法を用いて Suto and Silk [1988] の常微分方程式 (式 15a,b) を解く。得られた各  $\gamma_{\text{eff}}$  に対応する  $\alpha(0)$  を表 3.2 にまとめる。

図 3.5 は、最終スナップショットを時間の原点とする負の時間の関数としての平均コア密度の変化を示している。‘with cooling’,  $\gamma_{\text{eff}} = 1.09$ , そして  $\gamma_{\text{eff}} = 1.1$  を除く全ての曲線は見やすさのために係数をかけている。 $\gamma_{\text{eff}} = 1.0$  と 1.15 では乱流による雲の変形により密度進化が一時的に速くなるが、どの  $\gamma_{\text{eff}}$  でも三次元シミュレーション (実線) と自己相似解 (破線) の密度進化がほぼ一致していることがわかる。この結果は上記の仮定が妥当であることを裏付けている。

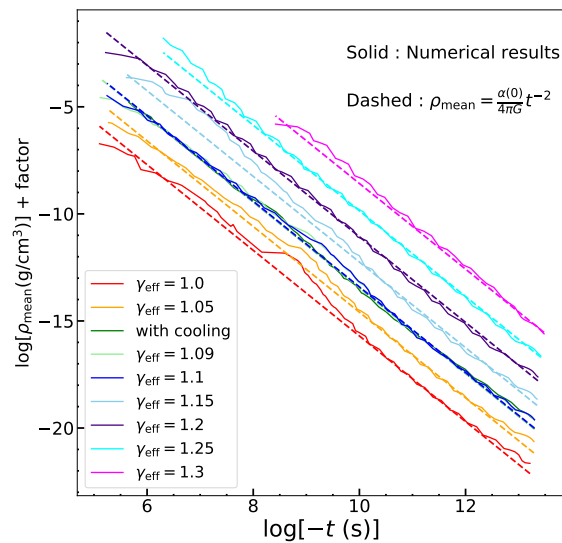


図 3.5 時間  $-t$  の関数としてのコア平均密度の時間発展。実線は数値計算結果である。それぞれの実線に対応する色を持つ破線は  $\rho_{\text{mean}} = (\alpha(0)/4\pi G)t^{-2}$  を表し、 $\alpha(0)$  は表 3.2 中に示されている。これらの値は ‘with cooling’,  $\gamma_{\text{eff}} = 1.09$ ,  $\gamma_{\text{eff}} = 1.1$  を除き、見やすくするために係数を掛けてある。

前段落で得られた結果を用いると  $H$  は以下で与えられる。

$$|H| = \left| \frac{1}{3} \frac{\dot{\rho}_{\text{mean}}}{\rho_{\text{mean}}} \right| = \left| \frac{2}{3} t^{-1} \right| = \frac{2}{3} \sqrt{4\pi G \rho_{\text{mean}}} \frac{1}{\sqrt{\alpha(0)}}. \quad (3.10)$$

この関係を式 (3.9) に代入すると、

$$\omega = \frac{5 - 3\gamma_{\text{eff}}}{3\eta} \sqrt{\frac{4\pi G \rho_{\text{mean}}}{\alpha(0)}}. \quad (3.11)$$



そして、 $\omega = v/fL_J$  とすると、飽和乱流速度は次のように導出できる。

$$v_{\text{sat}} = \frac{5 - 3\gamma_{\text{eff}}}{3\eta} \frac{2\pi c_s}{\sqrt{\alpha(0)}} f. \quad (3.12)$$

最後に、乱流の最大飽和マッハ数を求めると以下のようなになる。

$$\mathcal{M}_{\text{sat}} \simeq \frac{5 - 3\gamma_{\text{eff}}}{3\eta} \frac{2\pi}{\sqrt{\alpha(0)}} f. \quad (3.13)$$

この式は  $\gamma_{\text{eff}}$  に依存するが、 $\rho_{\text{mean}}$  には依存しない。この特徴は前節 3.3.2 で得られた数値計算の結果とよく一致する。

表 3.2 それぞれの  $\gamma_{\text{eff}}$  での計算で得られた  $\alpha(0)$

$\gamma_{\text{eff}}$	1.0	1.05	1.09	1.10	1.15	1.2	1.25	1.3
$\alpha(0)$	1.67	2.15	3.03	3.26	4.73	7.19	11.6	22.0

### 3.5 乱流の駆動スケール

本設では、3.3 で得られた数値計算の結果と 3.4 節で得られた解析的推定を比較する。

前節で Suto and Silk [1988] の方程式を解くことでそれぞれの  $\gamma_{\text{eff}}$  での  $\alpha(0)$  を得たが、他方で乱流の散逸係数  $\eta$  もまた必要である。Mac Low [1999a] は、一様かつランダムに乱流を駆動する乱流シミュレーションを行い、駆動乱流が飽和し、エネルギー注入と散逸がバランスすることを明らかにした。また、乱流のエネルギー注入率と散逸率が線形関係でよく近似できることを明らかにし、散逸係数の値を導いた。しかし、彼のシミュレーションは等温状態方程式でのみ行われたため、 $\gamma_{\text{eff}}$  依存性については未だ不明である。そのため、 $\eta$  の  $\gamma_{\text{eff}}$  依存性を確認するため、Mac Low [1999a] のシミュレーションを元に様々な  $\gamma_{\text{eff}}$  でシミュレーションを行った。結果として、どのような  $\gamma_{\text{eff}}$  でも  $\eta = 0.42$  となり、Mac Low [1999a] と同じ、つまり散逸係数に  $\gamma_{\text{eff}}$  依存性がないことが明らかとなった。したがって、この値を用いて飽和マッハ数を式 (3.13) から求める。シミュレーションの詳細な設定と結果については Appendix A にまとめた。

図 3.6 の上図は、式 (3.13) から求めた各  $\gamma_{\text{eff}}$  での飽和マッハ数である。赤の四角、青の十字、緑の逆三角の記号は、それぞれ初期シードが A、B、C かつ  $M_0 = 0.1$  での数値計算結果から得られたものである。黒丸の記号は 3 つのシードでの結果の平均である。3.3 節で示したように、すべてのモデルにおいて、乱流速度は  $\rho_{\text{mean}} \gtrsim 10^{-13} \text{ g cm}^{-3}$  で飽和するため、ここでは  $\rho_{\text{mean}} \geq 10^{-11} \text{ g cm}^{-3}$  での時間平均のマッハ数を数値計算から得られる  $\mathcal{M}_{\text{sat}}$  とみなす。青、橙、緑の実線の曲線は、それぞれ乱流駆動スケールを  $al \sim L_J/2, L_J/3, \text{そして } L_J/4$  としたときに式 (3.13) から推定された  $\mathcal{M}_{\text{sat}}$  である。

乱流駆動スケールを Jeans 長の 3 分の 1 とすると、3 つの初期シードの平均（黒丸）は飽和マッハ数の解析的推定値とよく一致していることがわかる。またこれは、文献の等温コアの収縮計算の結果とよく一致している [Guerrero-Gamboa and Vázquez-Semadeni, 2020]。彼らは、本章の仮定とは異なり、コアのビリアル平衡に基づく異なる理論モデルを用いているが、Mac Low [1999a] と同じ散逸係数を用いて、 $0.285 L_J$  の駆動スケールを得ている。

図 3.6 の下図は飽和領域での、乱流渦の回転周波数  $\omega$  とハッブルパラメーター  $|H|$  の絶対値の比を  $\gamma_{\text{eff}}$  の関数として示したものである。記号は上図と同じであり、黒い破線は式 (3.9) から得られたものである。式 (3.9) には  $\alpha(0)$  が含まれていないため、上図の実線と異なり、下図の破線には  $\gamma_{\text{eff}}$  に対する依存性が弱い。

飽和マッハ数と同様に、3 つの初期シード（黒丸のシンボル）を用いた結果の平均が解析的推定値とよく一致していることがわかる。これらの結果は、乱流の飽和メカニズムが重力収縮による乱流の増幅と減衰のバランスであることの明確な証拠となる。

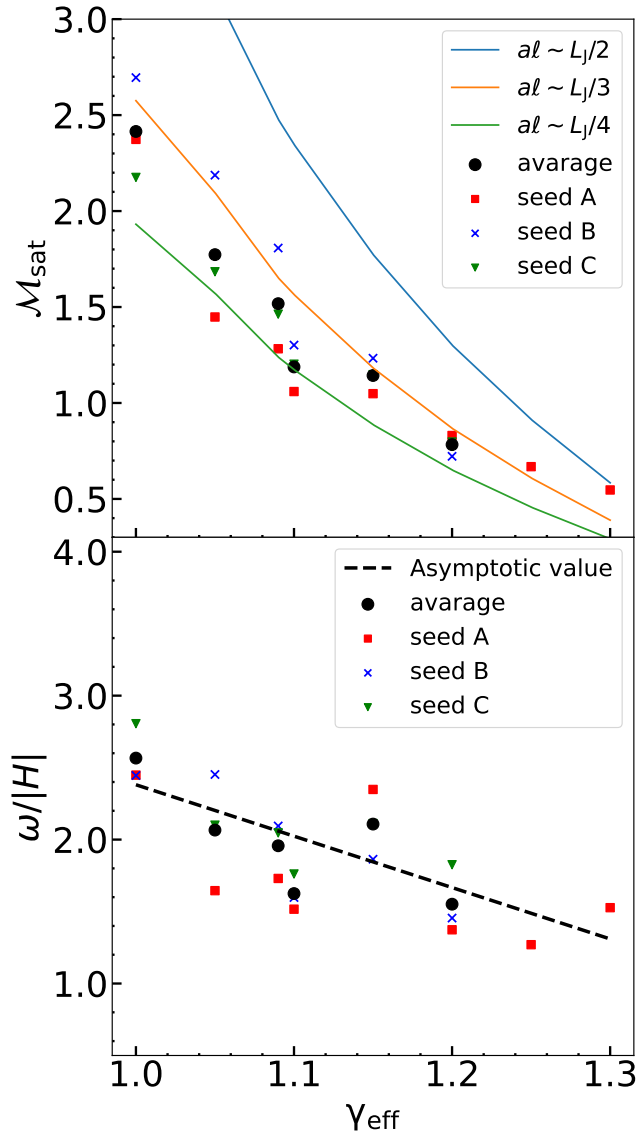


図 3.6 飽和マッハ数  $M_{\text{sat}}$  対  $\gamma_{\text{eff}}$  (上図)。渦の回転周波数  $\omega$  とハッブルパラメーターの絶対値  $|H|$  の比 対  $\gamma_{\text{eff}}$  (下図)。赤四角、青十字、逆三角の記号は、それぞれ  $M_0 = 0.1$  における乱流シード **A**, **B**, and **C** での結果である。上図の青、オレンジ、緑の実線はそれぞれ乱流の駆動スケール  $al \sim L_J/2$ ,  $L_J/3$ , and  $L_J/4$  を仮定し、式 (3.13) を用いて計算した飽和マッハ数の推定値である。下図の黒の破線は式 (3.9) から求めた。

本章における研究の重要な点は、この研究によって得られた理論が様々な  $\gamma_{\text{eff}}$  の数値計算の結果をよく記述できることである。この理論の汎用性は、その確かさを裏付けているともいえる。

## 3.6 本章の結果に対する議論

### 3.6.1 初代星形成

本章では初代星形成の暴走的収縮期の乱流に着目した。その結果、有効ポリトロピック指数  $\gamma_{\text{eff}}$  が与えられたとき、収縮するコアにおける乱流の飽和レベルを評価する解析的表式を導いた。 $\gamma_{\text{eff}}$  は  $\simeq 1.09$  でよく近似される初代星形成を考えた場合、乱流は超音速  $M_{\text{sat}} \sim 1.5 - 2$  となり (図 (3.6) と式 (3.13))、先行研究の結果と一致している [e.g., Greif et al., 2012]。したがって、超音速乱流は始原環境で収縮する星形成雲の一般的な特徴であると言える。

乱流だけでなく、磁場も十分に強い場合には、初代星の IMF に大きな影響を与える可能性がある。これまで、初期宇宙では磁場は非常に弱いと考えられてきたが、最近の高分解能シミュレーションによって、乱流によ

る small-scale ダイナモ効果によって磁場があるレベルまで増幅されることが明らかになった [e.g., Sur et al., 2010, 2012, Federrath et al., 2011b, Turk et al., 2012, Sharda et al., 2021]。したがって、潜在的には磁気エネルギーは乱流エネルギーのレベルまで増幅される可能性がある。磁気エネルギーが 3.3 節の結果から見積もられた乱流エネルギーに達することができるかと仮定すると、最大磁場強度は数密度  $n_{\text{H}} = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$  において、 $B_{\text{max}} \sim 1.6 \times 10^4 \text{ G}$  と見積もることができ、これは収縮するガスのダイナミクスに影響を与えることができる強度である。

本章で調べられていない降着円盤の形成には、乱流と磁場が重要な役割を果たす。例えば、降着円盤の分裂は乱流と磁場の効果によって促進/抑制され、分裂への影響は乱流と磁場の強さに依存する [e.g., Wollenberg et al., 2020, Sharda et al., 2020, 2021, Prole et al., 2022a,b]。本章や前章では、収縮する始原ガス雲では必ず乱流の増幅が起こり、超音速乱流が発達することを明らかにした。small-scale ダイナモが乱流から強い磁場を発生させるのに非常に効率的であることを考えると、降着期の初期には強い乱流と磁場の両方が常に存在する可能性が高く、初代星形成の降着期のシミュレーションに含める必要がある。

### 3.6.2 現代の星形成

始原ガスの場合、ガスの密度と圧力の関係は近似的に単一の冪指数  $\gamma_{\text{eff}}$  を用いて記述できる。一方で、現在の星形成における温度進化はより複雑である。ガス雲の収縮期から星形成までの温度進化は以下の4つの段階を辿る。(i) 等温収縮 ( $\gamma_{\text{eff}} = 1.0$ ,  $\rho \lesssim 10^{-14} \text{ g cm}^{-3}$ ), (ii) 最初のコア形成 ( $\gamma_{\text{eff}} = 1.4$ ,  $10^{-14} \text{ g cm}^{-3} \lesssim \rho \lesssim 10^{-8} \text{ g cm}^{-3}$ ), (iii) 第二収縮 ( $\gamma_{\text{eff}} = 1.1$ ,  $10^{-8} \text{ g cm}^{-3} \lesssim \rho \lesssim 10^{-4} \text{ g cm}^{-3}$ ), (iv) 原始星形成 ( $\gamma_{\text{eff}} = 1.67$ ,  $10^{-4} \text{ g cm}^{-3} \lesssim \rho$ ) [e.g., Masunaga and Inutsuka, 2000, Tomida et al., 2013]。

密度が  $10^{-14} \text{ g cm}^{-3}$  に達するまでガスはほぼ等温であり、観測によると乱流速度はより低い密度の分子雲で既に超音速である。したがって、乱流の飽和レベルは図 3.6 と式 (3.13) から、最初のコア形成直前で  $M_{\text{sat}} \sim 2-3$  と見積もることができる。

最初のコア形成の段階から、状態方程式は大幅に硬くなり、その結果、 $M_{\text{sat}}$  が低くなる可能性がある。しかしながら、収縮途中に  $\gamma_{\text{eff}}$  が変化した場合の乱流の発展を予測することは難しい、なぜなら、本章では単一冪指数  $\gamma_{\text{eff}}$  について調べただけだからである。このような複雑な状態方程式の影響については今後の研究で調べる予定である。

観測の面では、アルマ望遠鏡のような高分解能の観測装置が、分子雲の高密度コアをターゲットとして、星形成における乱流の影響に関するデータを出し始めている。例えば、複数の星の系でそれらの星間距離が大きく、また星同士の回転軸が大きくずれていることが報告されており、原始星形成時の乱流による分裂が示唆されている [Williams et al., 2014, Fernández-López et al., 2017, Lee et al., 2017]。また、Tokuda et al. [2018] によるおうし座の観測は、星形成コアで激しい乱流衝撃波加熱が起こっている可能性を示している。本章の結果は、このような小さなスケールの強い乱流が重力収縮によって駆動され、分裂や衝撃波を引き起こしていることを示しているかもしれない。このような乱流が実際に重力収縮によって駆動されているのかどうかは、今後、重力的に不安定な「星のない」高密度コアの高分解能観測によって明らかにされるであろう。

## 3.7 本章のまとめ

本章では、重力収縮するガス雲における乱流の飽和メカニズムを研究した。

まず、ポリトロピックな状態方程式を仮定し、様々な有効ポリトロップ指数  $\gamma_{\text{eff}}$  で高分解能重力収縮シミュレーションを行い、乱流速度の発展を調べた。重力収縮によって乱流が増幅され、その飽和レベルが  $\gamma_{\text{eff}}$  に依存することを確認した。また、高マッハ数、初期にガス雲の回転を伴う乱流など、様々な初期速度での重力収縮シミュレーションを行い、飽和レベルに大きな差がないことを見出した。乱流渦度の時間変化をもたらす傾圧項の

効果を調べるために、始原ガス中の化学反応を自己整合的に解いて放射冷却を陽に導入し、収縮期から原始星形成前までを追った。その結果、衝撃波/放射冷却による傾圧項が乱流の進化に与える影響は非常に小さいことがわかった。最後に、自己相似解と乱流散逸係数  $\eta$  を用いて乱流の飽和レベルを解析的に見積った。数値計算結果は、乱流の駆動スケールを Jeans スケールの 3 分の 1 とした解析的表式でよく記述されることが明らかとなった。

本章の結果から、収縮する星形成コアにおける乱流の飽和レベルは、重力収縮によるエネルギー入力率と乱流の散逸率のバランスによって与えられることがわかった。前者は  $\gamma_{\text{eff}}$  にのみ依存し (式 3.7)、後者は定数である (Appendix A を参照)。したがって、初期宇宙でも現代の宇宙の場合でも、 $\gamma_{\text{eff}}$  だけで第一コア形成期の乱流の強さを見積もることができることが明らかとなった。

## 第 4 章

# 収縮する始原ガス雲における乱流磁場の増幅と飽和

### Contents

4.1	本章の概要	55
4.2	計算手法	56
4.3	結果	57
4.3.1	乱流と磁場の全体的な進化	57
4.3.2	乱流/磁場スペクトル	58
4.3.3	磁場の飽和レベル	60
4.4	磁場の成長率の解析的な推定	61
4.4.1	運動論的ダイナモ段階	61
4.4.2	非線形ダイナモ段階	63
4.4.3	Equipartition	66
4.5	シミュレーション結果と解析的推定の比較	66
4.6	解像度依存性	69
4.7	本章の結果に対する議論	71
4.8	本章のまとめ	71

### 4.1 本章の概要

第 2 章と第 3 章で、初代星形成過程における乱流の増幅と飽和の詳細な物理メカニズムを明らかにした。結果として、原始星形成までにガス雲内では常に飽和マッハ数 (式 3.13) の超音速乱流が発達していることが明らかとなった。これまでの結果を踏まえて、本章では、様々な  $\gamma_{\text{eff}}$  の場合について、乱流による磁場の成長・飽和を高分解能数値シミュレーションと解析的推定によって包括的に調べる。そして、重力収縮する初代星形成雲では、磁場は常に equipartition レベルまで成長することを示す。

本章の構成は以下の通りである。第 4.2 節で数値計算のセットアップを述べ、第 4.3 節でそれによって得られた結果を示す。第 4.4 節では、先行研究の解析的・理論的推定を紹介し、それらの式を一般化する。第 4.5 節ではその推定と前節で得られた結果を比較し、第 4.6 節で様々な解像度での計算の結果を示す。第 4.7 節では考察を行い、第 4.8 節で本章の要点をまとめる。本章の内容は The Astrophysical Journal において受理済みである。<sup>\*1</sup>

<sup>\*1</sup> arXiv:2401.09739 under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 license with permission of republication, ©AAS.

## 4.2 計算手法

AMR 磁気流体力学 (MHD) コード Athena++ [Stone et al., 2020]<sup>\*2</sup>を用いて、一連の高解像度 3 次元重力収縮シミュレーションを実行する。自己重力を含む MHD 方程式を直交座標系で解くために、HLLD Reimann 解法を用いて、空間二次精度の区分線形法 (Piecewise Linear Method: PLM) を、時間積分には二次精度 Runge-kutta 法を選択した。基礎方程式は以下で与えられる。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} + \nabla P = (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B} - \rho \nabla \phi, \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot [(E + P) \mathbf{v} - \mathbf{B}(\mathbf{B} \cdot \mathbf{v})] = -\rho \mathbf{v} \cdot \nabla \phi - \Lambda + \Gamma. \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = 0. \quad (4.4)$$

これら方程式において、 $E$ ,  $\rho$ ,  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\phi$  はそれぞれ、全エネルギー密度、質量密度、速度、磁場、重力ポテンシャルである。全エネルギーは  $E = e + \rho v^2/2 + B^2/2$  で与えられ、ここで  $e$  は熱エネルギー密度である。全圧力  $P$  は  $P = p + B^2/2$  で構成され、 $p$  はガスの熱による圧力である。重力ポテンシャル  $\phi$  は以下の Poisson 方程式を、Tomida and Stone [2023] で実装された full multigrid (FMG) 法を多重極境界条件で解くことによって得られる。

$$\nabla^2 \phi = 4\pi G \rho. \quad (4.5)$$

磁場の発散 0 の制約 (ソレノイダル条件:  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ ) を満たすために、Athena++ コードでは constrained transport (CT) スキームを採用している。これにより、磁場の発散の誤差を機械精度に保つことができる。

本章におけるシミュレーションは、理想 MHD を仮定して行う。これは、オーム散逸や両極性拡散のような磁場の非理想 MHD 効果を見捨てることを意味する。これは、これらの散逸の効果が少なくとも始原ガス雲の収縮期におけるコアスケールでは安全に見捨てるからである [Maki and Susa, 2004, 2007, Susa et al., 2015, Nakauchi et al., 2019, Sadanari et al., 2023]。

また、簡単のためにバロトロピック状態方程式 (EoS) モデルを仮定する。このモデルでは、第 2 章や第 3 章同様に、重力収縮するガスの温度進化をポリトロップモデルを用いて計算する。気体の熱圧力  $p$  と密度  $\rho$  は有効ポリトロップ指数  $\gamma_{\text{eff}}$  を用いて次式で表される。

$$p \propto \rho^{\gamma_{\text{eff}}} \quad (4.6)$$

本研究では、3 つのポリトロップ指数についてシミュレーションを実行する。

$$\gamma_{\text{eff}} = \begin{cases} 1.2, \\ 1.1 & \text{(primordial),} \\ 1.0 & \text{(isothermal).} \end{cases} \quad (4.7)$$

ここで、 $\gamma_{\text{eff}} = 1.1$  のモデルはミニハロー内の始原ガスを模しており [Omukai and Nishi, 1998]、他の 2 つのモデルは比較のために用いる。

初期条件として、中心密度  $\rho_{\text{peak},0} = 4.65 \times 10^{-20} \text{ g cm}^{-3}$ 、一様温度  $T_0 = 200 \text{ K}$  の重力的に不安定で磁化された Bonner-Ebert 球を用いる。このガス雲の密度は enhancement factor  $f = 1.585$  [Matsumoto and Hanawa,

<sup>\*2</sup> <https://github.com/PrincetonUniversity/athena>

2011] で一様に増幅されている。初期ガス雲の質量は  $1700M_{\odot}$  である。計算領域は初期雲半径の5倍の大きさで、周期的な境界条件を持つ。

また、 $E(k) \propto k^{-2}$  に従う初期乱流速度場を加える。ここで  $E(k)$  は波数  $k$  空間における1次元乱流運動エネルギー・パワースペクトルである。この乱流速度場は、二乗平均平方根マッハ数が0.5であり、ソレノイダルモード(発散を含まない)と圧縮モード(回転を含まない)が2:1の比率で混在するように設定した。この乱流速度場の強度は宇宙論的シミュレーションの結果からビリアル化によって駆動される乱流と同じ程度になるようにした(1.3.1節を参照)。

初期磁場には磁場強度  $B_0 = 10^{-9}$  G の一様な磁場を  $z$  軸に沿って与える。なお、ダイナモによって生成される磁場の強さと統計的性質は、弱いシード磁場の構造に依存しないことが知られている [Seta and Federrath, 2020]。さらに、理論的な研究 [e.g., McKee et al., 2020] によって、Biermann battery [Biermann, 1950] によって生成される非常に弱い種磁場 ( $\lesssim 10^{-19}$  G) は、運動論的ダイナモによって  $\sim 10^{-8}$  G まで素早く増幅されることが示されている。したがって、この初期磁場の強さと構造の選択は妥当である。

基本グリッド数  $512^3$  で計算を開始し、第2章や第3章と同様に、AMR法を用いて重力収縮が進むにつれてセルを細かくしていき、常に Jeans 長を最低  $N_J$  セルで分解する。始めに、 $N_J = 128$  を用いる。計算終了時までには、最大細分化レベルはそれぞれ、 $\gamma_{\text{eff}} = 1.0$  で26、 $\gamma_{\text{eff}} = 1.1$  で24、 $\gamma_{\text{eff}} = 1.2$  で21となる。また、解像度依存性を調べるために、 $\gamma_{\text{eff}} = 1.1$  のモデルのみ、 $N_J = 256, 64, 32$  で高/低解像度計算を行った。

ガス雲の最大密度が  $10^{-4}$  g cm $^{-3}$  に達した時点でシミュレーションを終了する。その後、 $\gamma_{\text{eff}} = 1.1$  かつ  $N_J = 128$  のモデルのみ2桁高い密度まで計算を続ける。計算データの解析には、YT ツールキット [Turk et al., 2011]\*3を用いる。

## 4.3 結果

本章における計算結果の解析では、物理量は第2章や第3章同様に、Jeans 長  $L_J$  の半分を半径とする球内で計算され、すべての平均値の計算にはセル体積加重平均を用いる。

### 4.3.1 乱流と磁場の全体的な進化

図4.1は、各スナップショットにおける Jeans 体積内での平均密度  $\rho_{\text{mean}}$  の関数としての乱流速度の全体的な進化を示している。実線の曲線は計算結果を示しており、破線は解析的に推定された飽和乱流速度(式3.12)である。乱流速度の計算には、式(2.21)を用いた。第2章と第3章で行った流体シミュレーションで見られたように、本章のMHDシミュレーションでも、乱流速度は音速の数倍程度まで増加し飽和する。急速に乱流速度が増加する領域のダイナミックレンジが狭いため、3つのモデル間の成長率の違いは明確には見えないが、成長率は解析的推定値(式(2.14))とほぼ一致している。加えて、乱流速度の飽和レベルも式(3.12)の解析的推定値と一致する。これは、磁場から乱流運動へのエネルギー輸送の影響が、乱流速度の成長と飽和にほとんど影響しないことを意味する。

図4.2は Jeans 体積内の二乗平均平方根磁場強度  $B_{\text{RMS}}$  の進化(上図)と磁束凍結による成長率を除くためにそれを  $\rho_{\text{mean}}^{2/3}$  で割ったもの(下図)である。最初は非常に弱い( $= 10^{-9}$  G)磁場が重力収縮中に増加し、最終的には  $10^{12} - 10^{15}$  倍も増幅されることがわかる。 $\gamma_{\text{eff}} = 1.1$  (primordial モデル)の場合の重力収縮終了時の磁場強度は、[Sadanari et al., 2023]による先行研究の結果と完全に一致している。

下図において、primordial モデル(赤線)に注目すると、成長率はおおよそ  $B_{\text{RMS}} \propto \rho^{0.9}$  である。これは、Turk et al. 2012による宇宙論的シミュレーションの計算結果( $B \propto \rho^{0.89}$ )とほぼ一致する。

一方、3つのモデルを比較すると、 $\gamma_{\text{eff}}$ の違いにより、極初期における磁場の成長率はほぼ同じであるのに対

\*3 <https://yt-project.org/>

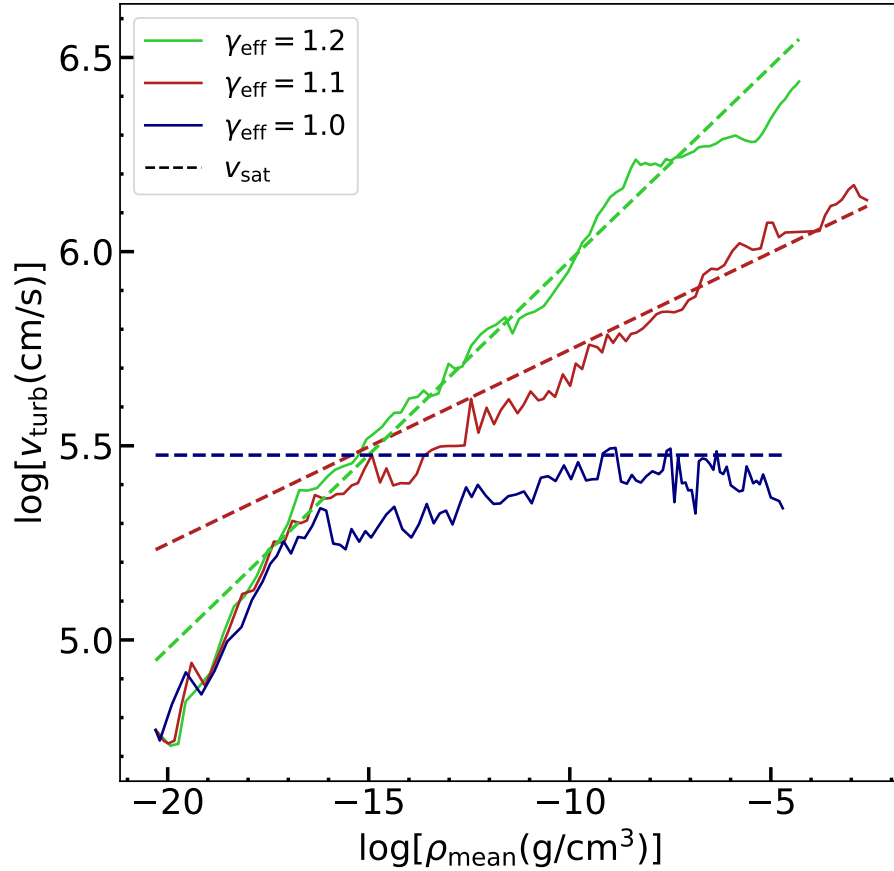


図 4.1 Jeans 体積内の平均密度  $\rho_{\text{mean}}$  の関数としての乱流速度  $v_{\text{turb}}$  の進化。異なる色の実線の曲線は、異なる  $\gamma_{\text{eff}}$  での数値計算結果を示す。破線は飽和乱流速度の解析的推定値 (式 3.12) である。

し、その後における磁場の成長率は異なる。これは乱流速度のマッハ数の違いによるものと考えられるが、この段階 (運動論的段階) での成長率の詳細については後述する。

### 4.3.2 乱流/磁場スペクトル

乱流速度場と磁場の詳細な進化を詳しく見るために、高速 Fourier 変換を用いて、AMR の最高精度と同じ一様格子上の Fourier 空間で両者を計算する。ここでは第 2 章の研究とは異なり、波数  $k$  が小さい極限で Kazantsev スペクトルの出現を捉えるために、 $2L_J$  を一辺に持つ立方体を切り出す。

以下のように乱流の比運動エネルギースペクトル ( $\varepsilon_{\text{turb}}$ ) と比磁気エネルギースペクトル ( $\varepsilon_{\text{mag}}$ ) を計算する。

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\text{turb}} &= \frac{1}{2} \int |\hat{\mathbf{v}}_{\text{turb}}(\mathbf{k})|^2 4\pi k^2 dk, \\ \varepsilon_{\text{mag}} &= \frac{1}{2} \int \frac{|\hat{\mathbf{B}}(\mathbf{k})|^2}{4\pi\rho_{\text{mean}}} 4\pi k^2 dk.\end{aligned}\quad (4.8)$$

ここで、 $\hat{\mathbf{v}}_{\text{turb}}(\mathbf{k})$  と  $\hat{\mathbf{B}}(\mathbf{k})$  は  $k$  空間における乱流速度場と磁場であり、 $\mathbf{k}$  は波数ベクトルである。

$\gamma_{\text{eff}} = 1.1$  (primordial モデル) で得られたそれぞれのスペクトルを図 4.3 に示す。上図では乱流の比運動エネルギースペクトルを、下段は比磁気エネルギースペクトルを示している。異なる色はそれぞれ異なる  $\rho_{\text{mean}}$  に対応している。特に Jeans 長付近のスケールに興味があるため、波数を Jeans 長での波長  $k_J$  で規格化する。

上図では、ごく初期の段階 ( $\rho_{\text{mean}} \lesssim 10^{-17} \text{ g cm}^{-3}$ ) で乱流の比運動エネルギースペクトルが初期に与えられたスペクトルのべき  $\propto k^{-2}$  (黒破線) をほぼ保っていることがわかる。下図では、磁気スペクトルは重力収縮が進むにつれて  $k$  が小さく (空間スケールが大きくなる) 穏やかなピークを持つ。これは重力収縮するガス雲の中で



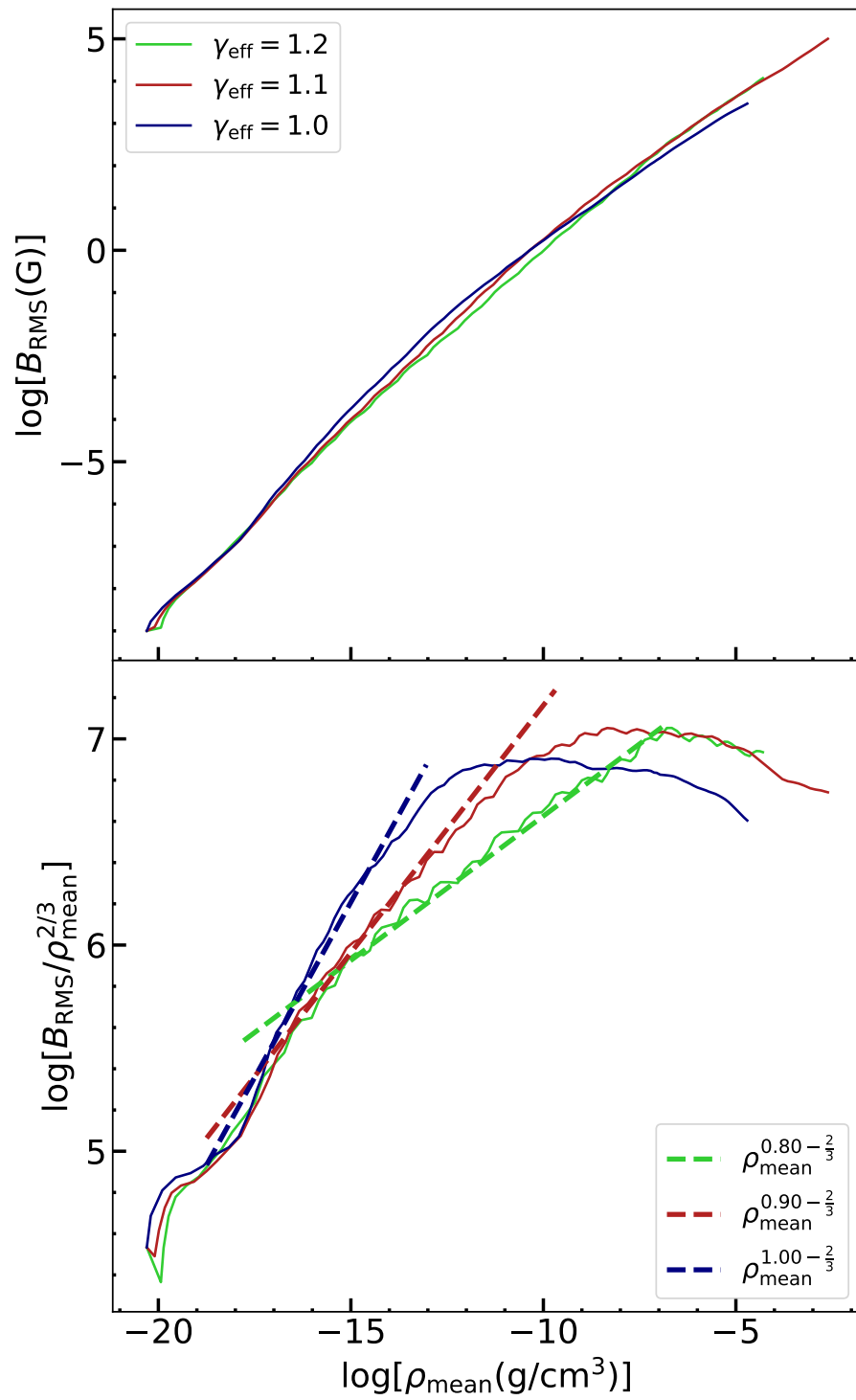


図 4.2 上図：Jeans 体積内の平均密度  $\rho_{\text{mean}}$  の関数としての二乗平均平方根磁場強度  $B_{\text{RMS}}$  の進化。下図：その強度を  $\rho_{\text{mean}}^{2/3}$  で割ったもの。異なる色の実線は、異なる  $\gamma_{\text{eff}}$  に対するシミュレーション結果を示す。破線は各モデルの近似成長率を示す。

小規模なダイナモが働いている良い証拠である。緑と青の曲線 ( $10^{-17} < \rho_{\text{mean}} < 10^{-8} \text{ g cm}^{-3}$ ) に対応する運動論的ダイナモの領域では、低波数の極限 ( $\log[k/k_J] < 0.3$ ) で Kazantsev スペクトル ( $\propto k^{3/2}$ ; 黒一点鎖線) が現れる。同じスケールでは、乱流の比運動エネルギーは Kolmogorov スペクトル ( $\propto k^{-5/3}$ ; 黒点線) と一致する。これらの結果は、Brandenburg and Subramanian [2005] や Federrath et al. [2011b] と一致する。また、このシミュレーションの結果は、Seta and Federrath [2020] の一様格子シミュレーションでも示されたような、磁場の飽和后（紫色の曲線）の低波数側のスペクトルが Kazantsev スペクトルよりも平坦である可能性が高いことも示唆している。

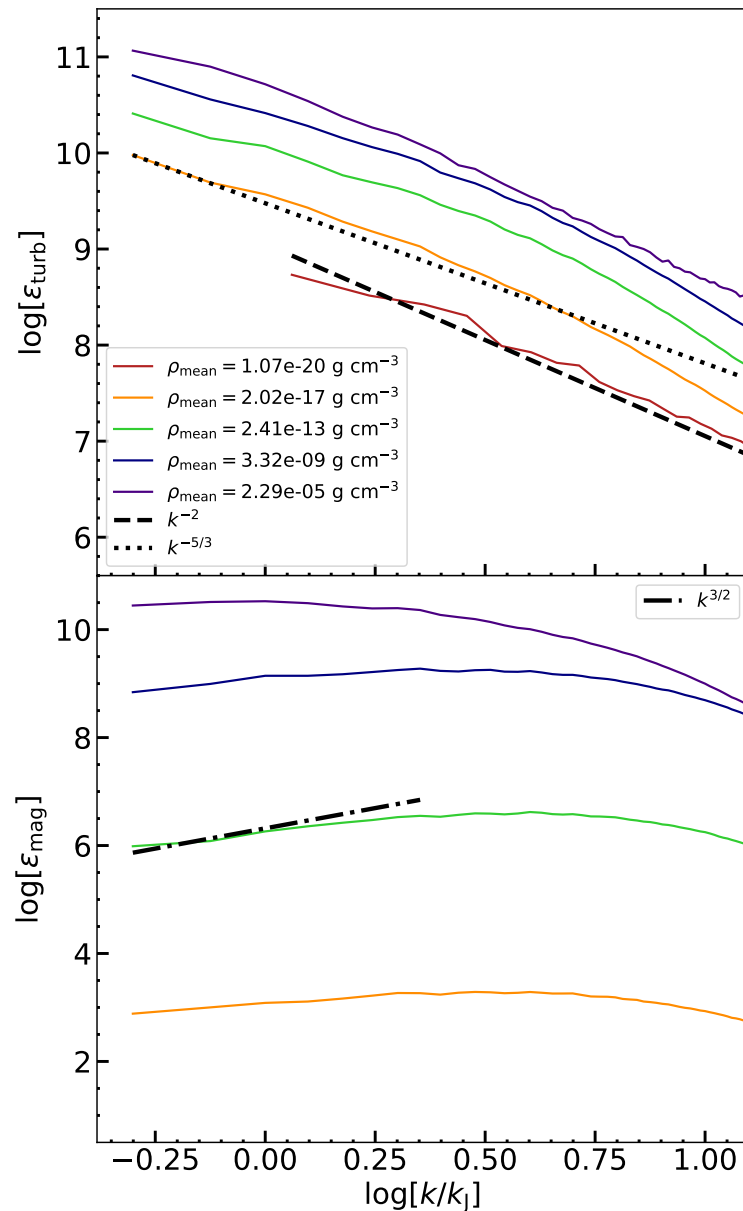


図 4.3 比乱流運動エネルギースペクトル (上図) と比磁気エネルギースペクトル (下図) の波数  $k$  の関数としての時間発展 (Jeans 波数  $k_J$  でスケールリング)。異なる色は、異なる  $\rho_{\text{mean}}$  を示すが、これは重力収縮の時間発展を示すためである。黒い破線は  $\propto k^{-5/3}$ 、点線は  $\propto k^{-2}$ 、一点鎖線は  $\propto k^{3/2}$  を示す。

### 4.3.3 磁場の飽和レベル

乱流によって増幅された磁場の強さが飽和レベルに達したとき、Lorentz 力は乱流ダイナモの指数関数的な成長段階において乱流によって引き起こされる伸び、ねじれ、折りたたみ作用に対抗するのに十分な強さになる [Federrath, 2016]。飽和レベルは、最大で比磁気エネルギーと比乱流運動エネルギーが同程度になるほど高

くなる。先行研究によると、実際の飽和レベルは乱流の性質、特に音速マッハ数と乱流の駆動モードによって決まる [Federrath et al., 2011a, Achikanath Chirakkara et al., 2021]。磁場の飽和レベルを定量化するために  $B_{\text{RMS}}^2/B_{\text{eq}}^2$  という比を導入する (図 4.4)。 $B_{\text{RMS}}$  は Jeans 体積内での rms 磁場強度を示し、 $B_{\text{eq}}$  は以下で与えられる、磁場の equipartition レベルである。

$$B_{\text{eq}} \equiv (4\pi\rho_{\text{mean}})^{1/2}v_{\text{turb}}. \quad (4.9)$$

実線の曲線は、図 3.1 に示したシミュレーション結果の  $v_{\text{turb}}$  を利用したものであり、破線の曲線は、解析的に得た飽和乱流速度 (式 3.12) を用いて推定したものである。図 3.1 に示すように、乱流速度が飽和しているため、上記 2 つの値はほぼ一致する。しかし、後者は上式で示す磁場が解析的に推定された飽和速度で与えられるため、解析的に推定された飽和レベルに対応し、明確な飽和挙動を示す。

比較のために、マッハ数  $\mathcal{M} = 1.0$  (灰色) と  $2.0$  (紫) の等温 EoS を用いた turbulent-in-a-box シミュレーション [Federrath et al., 2011a] で得られた飽和レベルを、着色された領域で示した。着色された範囲は、乱流駆動モード、すなわち圧縮モードかソレノイダルモードかの場合の飽和度の違いによって与えられる。前者は期待される飽和レベルの下限の推定値を与え、後者は上限の推定値を与える。2 つの極端な駆動モードの混合は中間値に対応する。

図 4.4 を見ると、飽和レベルは  $\gamma_{\text{eff}}$  に依存することがわかる。 $\gamma_{\text{eff}} = 1.1$  と  $1.2$  の場合、比エネルギーの比が両シミュレーションの最後で一定になることがよくわかるが、 $\gamma_{\text{eff}} = 1.0$  の場合ははっきりしない。このモデルでは飽和への遷移が進行中であるが、飽和過程は完了していない。これらの結果は、 $\gamma_{\text{eff}}$  が低いほど飽和レベルが高いことを示している。また、 $\gamma_{\text{eff}} = 1$  のモデルで数値計算結果が着色された領域の上方に達することは、重力収縮によって増幅された乱流において、ソレノイダルモードが支配的になること (2.4.3 節の結果) と整合的である。図 4.2 の上段に示すように、乱流速度は  $\gamma_{\text{eff}}$  に依存するのに対し、磁場強度はどれもほぼ同じである。このことは、飽和レベルの違いが乱流速度の違いに由来することを示している。まとめると、原始星密度 ( $\approx 10^{-5} \text{ g cm}^{-3}$ ) に達するまでに、磁気エネルギーは  $\gamma_{\text{eff}}$  に依存して 3%~100% 程度の equipartition レベルに達することがわかった。これは、磁場強度が収縮期においてかなりのレベルまで増幅されることを示しており、コア、ひいては親雲のダイナミクスに影響を与える可能性が高い。

## 4.4 磁場の成長率の解析的な推定

本節では、等温近似の範囲で構築された Xu and Lazarian [2020], McKee et al. [2020], Stacy et al. [2022] の理論を拡張し、一般の  $\gamma_{\text{eff}}$  について、重力収縮による磁場増幅の増幅率の解析的推定について示す。

### 4.4.1 運動論的ダイナモ段階

磁気エネルギーが乱流の運動エネルギーよりはるかに小さい段階では、磁力線は粘性スケール  $\ell_\nu$  (すなわち、最小渦スケール) の乱流によって無抵抗に引き伸ばされ、ねじられ、折りたたまれる。ここで下付き文字  $\nu$  は粘性スケールでの物理量を示している。この段階は運動論的ダイナモ段階とよばれ、その段階では磁場は指数関数的な成長率  $\exp(\Gamma)$  で増幅することが予想される。

$$B^2 \propto \exp\left(\int \Gamma dt\right). \quad (4.10)$$

粘性スケールでの乱流速度は、あるスケール  $L$  からべき乗のスケーリング則で外挿することで与えられると仮定すると

$$v_\nu = v_L \left(\frac{\ell_\nu}{L}\right)^\nu, \quad (4.11)$$

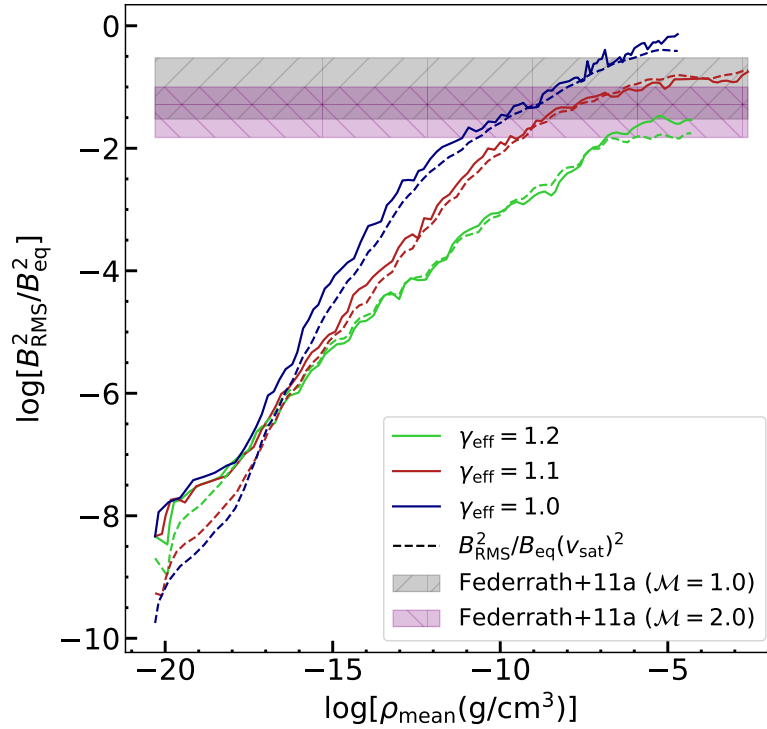


図 4.4 比磁気エネルギーと比乱流運動エネルギーの比エネルギー比の推移。実線の曲線は数値計算結果である  $v_{\text{turb}}$  (図 3.1) を用いて計算され、破線の曲線は、 $v_{\text{sat}}$  (式 3.12) を用いて推定したものである。網掛け部分は、等温 EoS を用いた turbulent-in-a-box シミュレーション Federrath et al. [2011a] の結果から得られた飽和レベルを示している。

となり、ここで  $L$  は乱流の特徴的なスケールであり、重力収縮するガス雲では典型的に Jeans 長  $L_J$  である。また、 $\vartheta$  はそのスケール則を決めるスペクトル指数であり、 $1/3$  (Kolmogorov 乱流, Kolmogorov 1941) から  $1/2$  (圧縮乱流, Burgers 1948) の間の値である (より詳細な議論は Federrath et al. [2021] を参照)。粘性スケールでの磁場の成長率  $\Gamma_\nu$  は粘性スケールの渦の回転周波数であるので、以下で与えられる [Schober et al., 2012, Bovino et al., 2013]

$$\Gamma_\nu = \frac{v_\nu}{\ell_\nu} = \left( \frac{v_{\text{turb}}}{L_J} \right) \text{Re}^{(1-\vartheta)/(1+\vartheta)}, \quad (4.12)$$

ここで  $v_{\text{turb}}$  は Jeans スケールでの二乗平均平方根乱流速度である。Re は Reynolds 数 [Haugen et al., 2004, Federrath et al., 2011b] であり、以下のように定義される (1.4.3 節も参照)。

$$\text{Re} = L_J v_{\text{turb}} / \nu \simeq N_J^{4/3}. \quad (4.13)$$

重力収縮する始原ガス雲において、少なくとも Jeans スケールでは高い電離度によりプラズマは理想磁気流体として扱うことができ、ガスと磁束は完全に結合 (磁束の凍結と呼ばれる) している [Maki and Susa, 2004, 2007, Susa et al., 2015, Nakauchi et al., 2019]。磁場がコアの中でランダムな方向を向いている等方的で一様な重力収縮の場合、ダイナモの成長がなくても、磁束の保存によって磁場は  $B \propto \rho^{2/3}$  のように増加する。したがって、磁束凍結と運動論的ダイナモによる成長効果の和は次のようになる。

$$B_{\text{kin}}^2 = B_0^2 \xi^{4/3} \exp \left( C_\Gamma \int \Gamma_\nu dt \right), \quad (4.14)$$

ここで、 $B_0$  は初期磁場強度であり、 $\xi$  は密度  $\rho$  と初期密度  $\rho_0$  の比である。上記の式において、 $C_\Gamma$  は Stacy et al. [2022] によって導入された定数であり、駆動モードの混合や Plandtl 数などの乱流の特性によって決められる可能性がある [Federrath et al., 2011a, 2014]。Stacy et al. [2022] では、 $C_\Gamma = 3/4$  を採用しているが本章では  $C_\Gamma = 0.075$  を仮定する。この値を選択した理由については、後述の 4.5 節で議論する。

式 (4.12) から、乱流の駆動スケールを  $L_J$  と仮定すると、以下の式を得る。

$$\int \Gamma_\nu dt = \left(\frac{3}{32}\right)^{1/2} \text{Re}^{(1-\vartheta)/(1+\vartheta)} \langle \mathcal{M}_{\text{turb}} \rangle \tau, \quad (4.15)$$

$\langle \mathcal{M}_{\text{turb}} \rangle$  は  $\rho_{\text{mean}} \leq 10^{-12} \text{ g cm}^{-3}$  の範囲で時間平均した乱流マッハ数である。また上記式において、以下の関係を用いた。

$$L_J = \left(\frac{\pi c_s^2}{G\rho}\right)^{1/2} = \left(\frac{32}{3}\right)^{1/2} c_s t_{\text{ff}} \quad (4.16)$$

さらに Sur et al. [2010] や Federrath et al. [2011b] のように

$$\tau \equiv \int (1/t_{\text{ff}}) dt, \quad (4.17)$$

を定義している。

磁場は、粘性スケールの乱流運動エネルギーに匹敵する磁気エネルギーになるまで、運動論的ダイナモによって指数関数的に増大し続ける。

#### 4.4.2 非線形ダイナモ段階

磁気エネルギーが粘性スケールの乱流運動エネルギーに匹敵するようになると、Lorentz 力による乱流ダイナモの抑制が働く。小さいスケールでの成長が抑制された後、少し大きいスケールの渦がダイナモの成長を引き継ぎ、そのスケールで2つのエネルギーが同等になるまで成長する。このサイクルは、乱流の駆動スケールで equipartition が達成されるまで続くと理論的に予想されている<sup>\*4</sup>。この段階は非線形ダイナモ段階と呼ばれている。

この段階では、強磁場による乱流リコネクション拡散が効率的になる [Lazarian and Vishniac, 1999]。これは増幅された磁気エネルギーの一部を乱流運動エネルギーに戻す。その結果、オーム散逸や両極性拡散などの非理想磁気流体を無視した理想磁気流体でも、磁束凍結の条件が破られ、成長率は小さくなる [Xu and Lazarian, 2016, 2020]。

Xu and Lazarian [2020] は、時間依存する媒質中の非線形ダイナモの方程式を自己無撞着に導き、Stacy et al. [2022] はそのダイナモの進化を収縮期後期まで記述するように拡張した。しかし、どちらの研究も始原的環境ではガスは必ずしも等温ではないにもかかわらず、等温 EoS を仮定している、例えば、Stacy et al. [2022] の計算での数密度  $\gtrsim 10^{10} \text{ cm}^{-3}$  の範囲での熱進化はほぼ等温となっているが (図 11 参照)、Yoshida et al. [2008] の計算の同じ密度範囲では等温ではない。実際、異なる文献の研究で示された詳細な熱進化は、実装された化学ネットワークや輻射過程の処方によって微妙に異なっている。そこで、 $\gamma_{\text{eff}}$  依存性を考慮することにより、それらの議論をさらに一般化する。

非線形ダイナモ段階では、ダイナモによる成長は  $k < k_p$  ( $k_p$  は乱流と磁場の equipartition が実現している波数) の領域のみで起こる。時間依存の比磁気エネルギー  $\varepsilon_B$  は、Kazantsev スペクトル [Kazantsev, 1968, Kulsrud and Anderson, 1992] の積分形で得られる。

$$\varepsilon_B = \varepsilon_{B,\text{ref}} \left(\frac{k_p}{k_{\text{ref}}}\right)^{5/2} \exp\left(\frac{3}{4} \int_{t_1}^t \Gamma dt\right), \quad (4.18)$$

ここで、下付き文字 'ref' が付いている量は、例えば、重力収縮する雲で時間変化コア半径など、重力収縮する系における基準値を示す。下付き文字 '1' が付いている量は、非線形段階の始まりでの値を示す。磁束の凍結条件は、基準となる比磁気エネルギーの増加  $\varepsilon_{B,\text{ref}} = \varepsilon_{B1} (\xi/\xi_1)^{1/3}$  のように与える。基準波数  $k_{\text{ref}}$  は重力収縮が進む

<sup>\*4</sup> しかし、磁気流体力学的性質により、駆動スケールでの equipartition レベルは通常 1 より低い。例えば、Federrath et al. [2011a, 2014] は、equipartition レベルは乱流の駆動モード、マッハ数、Plandtl 数に依存することを示している。

につれて Jeans 長の逆数としてスケールする。基準スケールを Jeans 長と考えると、 $k_{\text{ref}} \propto L_J^{-1} \propto \xi^{1-\gamma_{\text{eff}}/2}$  の関係が得られる。したがって、以下の関係が得られる。

$$k_{\text{ref}} = (\xi/\xi_1)^{1-\gamma_{\text{eff}}/2} k_{\text{ref},1}. \quad (4.19)$$

一方で乱流速度については、式 (4.11) のスケーリング則を用いると、 $v_p = v_{\text{turb}} (k_{\text{ref}}/k_p)^\vartheta$  となる。 $k_p$  における磁気エネルギーは、 $k > k_p$  でエネルギーの equipartition が成立するので、同じスケールの乱流運動エネルギーで与えられる：

$$\varepsilon_B = \frac{1}{2} v_p^2 = \frac{1}{2} v_{\text{turb}}^2 \left( \frac{k_{\text{ref}}}{k_p} \right)^{2\vartheta}. \quad (4.20)$$

$k_p$  での渦の回転周波数は以下となる。

$$\Gamma = \Gamma_p = v_p k_p. \quad (4.21)$$

以下、非線形段階では、運動論的段階と異なり、 $\vartheta = 1/3$  のみを考えているが、この理由については後述する (4.5 節)。

上記 2 式を組み合わせ、乱流速度が非線形段階の開始時にすでに飽和している (i.e.,  $v_{\text{turb}} = v_{\text{sat}}$ ) ことを仮定すると、以下の式を得る。

$$\Gamma \varepsilon_B = \frac{1}{2} v_{\text{sat}}^3 k_{\text{ref}} \quad (4.22)$$

$k_{\text{ref}}$  と  $v_{\text{sat}} \propto c_s$  の密度依存性を考えると、上記の式は以下のように書き直すことができる。

$$\Gamma \varepsilon_B = \frac{1}{2} \varepsilon_1 \left( \frac{\xi}{\xi_1} \right)^{\gamma_{\text{eff}}-1/2}, \quad (4.23)$$

ここで、 $\varepsilon_1 = v_{\text{sat},1}^3 k_{\text{ref},1}$  となる。

$d \ln / dt$  を式 (4.18) と式 (4.20) の両辺に適用し、2 式を組み合わせると  $k_p$  を消去し、式 (4.23) を用いると、

$$\frac{d\varepsilon_B}{dt} = \varepsilon_B a_\gamma \frac{d}{dt} \left[ \ln \left( \frac{\xi}{\xi_1} \right) \right] + \chi \varepsilon_1 \left( \frac{\xi}{\xi_1} \right)^{\beta_\gamma}, \quad (4.24)$$

を得る。このとき、それぞれの関係は次のようになる。

$$\begin{aligned} a_\gamma &= \frac{15}{19} \gamma_{\text{eff}} - \frac{41}{57}, \\ \beta_\gamma &= \gamma_{\text{eff}} - 1/2, \\ \chi &= \frac{3}{38}. \end{aligned} \quad (4.25)$$

最終的に Stacy et al. [2022] と同様に、式 (4.24) を積分することで比磁気エネルギーの進化を得ることができる：

$$\varepsilon_B = \left( \frac{\xi}{\xi_1} \right)^{a_\gamma} \varepsilon_{B,1} + \frac{\chi \varepsilon_1 \xi^{a_\gamma}}{\xi_1^{\beta_\gamma}} \int_{t_1}^t \xi(t')^{\beta_\gamma - a_\gamma} dt'. \quad (4.26)$$

式 (4.26) の第 1 項は乱流リコネクション拡散の効果を含むガス雲の重力収縮による成長を表し、第 2 項はダイナモ成長の項である。この式 (4.26) は  $\gamma_{\text{eff}} = 1$  と仮定すると、Xu and Lazarian [2020] や Stacy et al. [2022] で導出された式と同じになる。

磁場の強度を推定するために、Stacy et al. [2022] と同じ近似を用いる。McKee et al. [2020] の式 (B17) を用いると、上記式の積分は以下の形で書き直すことができる。

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^t \xi(t')^{\beta_\gamma - a_\gamma} dt' &\simeq \frac{2\phi_{\text{ff}t_{\text{ff},0}}}{3\pi(\frac{1}{2} - \beta_\gamma + a_\gamma)} \\ &\times \left( \frac{1}{\xi_1^{\frac{1}{2} - \beta_\gamma + a_\gamma}} - \frac{1}{\xi^{\frac{1}{2} - \beta_\gamma + a_\gamma}} \right). \end{aligned} \quad (4.27)$$

ここで、 $t_{\text{ff},0} = \xi^{1/2} t_{\text{ff}}$  は初期密度での自由落下時間であり、 $\phi_{\text{ff}}$  はガスが原始星になるために実際に掛かる時間  $t_{\text{coll}}(\rho)$  と自由落下時間  $t_{\text{ff}}(\rho)$  との比である。この積分の近似は条件  $\beta_\gamma - a_\gamma < 1/2$  が満たされる場合に適用可能であるが、今回は満たされている (式 4.25 を参照)。上記を式 (4.26) に代入し、式 (4.16) の第二項を整理すると、以下を得る。

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\text{B}} = & \left( \frac{\xi}{\xi_1} \right)^{a_\gamma} \varepsilon_{\text{B},1} + \frac{\chi \phi_{\text{ff}} \mathcal{M}_{\text{sat}} v_{\text{sat},1}^2}{2\sqrt{6}\pi \left( \frac{1}{2} - \beta_\gamma + a_\gamma \right)} \\ & \times (k_{\text{ref},1} L_{\text{J},1}) \left[ \left( \frac{\xi}{\xi_1} \right)^{a_\gamma} - \left( \frac{\xi}{\xi_1} \right)^{\beta_\gamma - 1/2} \right]. \end{aligned} \quad (4.28)$$

$\mathcal{M}_{\text{sat}} (\equiv v_{\text{sat},1}/c_{\text{s},1})$  は飽和マッハ数 (式 3.13) である。上記の式において、すべての密度依存の物理量は  $Y(\xi) = Y_1(\xi/\xi_1)^Z$  の形で書かれている。更に式を整理すると、

$$\varepsilon_{\text{B}} = \left( \frac{\xi}{\xi_1} \right)^{a_\gamma} \varepsilon_{\text{B},1} \mathcal{A}_{\gamma,1}^2, \quad (4.29)$$

となり、ここで、

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{\gamma,1}^2 = & 1 + \frac{\chi \phi_{\text{ff}} \mathcal{M}_{\text{sat}}}{\sqrt{6}\pi \left( \frac{1}{2} - \beta_\gamma + a_\gamma \right)} \left( \frac{\frac{1}{2} v_{\text{sat},1}^2}{\varepsilon_{\text{B},1}} \right) \\ & \times \left[ 1 - \left( \frac{\xi}{\xi_1} \right)^{\beta_\gamma - 1/2 - a_\gamma} \right]. \end{aligned} \quad (4.30)$$

である。式 (4.19) から  $k_{\text{ref},1} L_{\text{J},1} = 1$  としている。

比磁気エネルギー ( $\varepsilon_{\text{B},1}$ ) が比乱流運動エネルギー ( $v_{\text{sat},1}^2/2$ ) に対して十分に小さくない (i.e.,  $\mathcal{A}_{\gamma,1} \sim 1$ ) 限り、ダイナモによる増幅はあまり重要ではない。

式 (4.28) を書き直すと、非線形段階における解析的な磁場強度を得ることができる。

$$B_{\text{nl}} = B_1 \mathcal{A}_{\gamma,1} \left( \frac{\xi}{\xi_1} \right)^{(1+a_\gamma)/2}. \quad (4.31)$$

最後に運動論的段階と非線形段階を区別するために、 $\xi_1$  を評価する必要がある。これはエネルギー比の議論から簡単な計算をすることで行うことができる。非線形段階のはじまりの定義から、粘性スケールでの乱流と磁場の比エネルギーが等しいと言える。磁場に対して Kazantsev スペクトル ( $\propto k^{3/2}$ ) を、乱流に対して Kolmogorov スペクトル ( $\propto k^{-5/3}$ ) を仮定すると、非線形段階の開始時に比エネルギー比  $R_{\text{nl},1}$  は以下で与えられる。

$$R_{\text{nl},1} = \frac{\int_{k_{\text{J}}}^{k_\nu} \varepsilon_\nu(k/k_\nu)^{3/2} dk}{\int_{k_{\text{J}}}^{k_\nu} \varepsilon_\nu(k/k_\nu)^{-5/3} dk}. \quad (4.32)$$

波数を  $k_{\text{J}}$  で規格化すると上記式は以下のように書き直すことができる。

$$\begin{aligned} R_{\text{nl},1} = & N_{\text{J}}^{-19/6} \frac{\int_1^{N_{\text{J}}} N^{3/2} dN}{\int_1^{N_{\text{J}}} N^{-5/3} dN} \\ = & \frac{4}{15} N_{\text{J}}^{-19/6} \frac{N_{\text{J}}^{5/2} - 1}{1 - N_{\text{J}}^{-2/3}}, \end{aligned} \quad (4.33)$$

ここで、 $k/k_{\text{J}} = N$ 、そして  $k_\nu/k_{\text{J}} = N_{\text{J}}$  である。 $N_{\text{J}} = 128$  の場合、式 (4.33) から  $R_{\text{nl},1} \simeq 0.011$  となる。したがって、 $\xi_1$  は、 $\varepsilon_{\text{mag}}/\varepsilon_{\text{turb}} = R_{\text{nl},1}$  を満たす  $\xi$  として評価できる、すなわち、 $\xi_1 = \xi(\varepsilon_{\text{mag}}/\varepsilon_{\text{turb}} = R_{\text{nl},1})$  となる。

### 4.4.3 Equipartition

乱流の駆動スケールにおいて、比磁気エネルギーが比乱流運動エネルギーのある割合に達すると、非線形ダイナモによる磁場成長は終了する。その後は、比乱流運動エネルギーのみから磁場の強さを見積もることができる。また、収縮期の後期の乱流速度は一般に飽和しており、音速の数倍で与えられる。したがって、equipartitionでの磁場強度の密度依存性は

$$B_{\text{eq}} \propto (4\pi\rho)^{1/2} v_{\text{sat}} \propto \xi^{1/2} c_s \propto \xi^{\gamma_{\text{eff}}/2} \quad (4.34)$$

となる。

比較のために、ダイナモ成長の寄与を除いたときの非線形段階と、equipartitionでの磁場の成長率をそれぞれ  $B \propto \xi^X$  の形で表 4.1 にまとめる。

表 4.1 ダイナモ成長の寄与を除いたときの非線形段階と、equipartitionでの磁場の成長率 ( $B \propto \xi^X$ )

$\gamma_{\text{eff}}$	非線形	equipartition
1.0	$\xi^{0.535}$	$\xi^{0.500}$
1.1	$\xi^{0.575}$	$\xi^{0.550}$
1.2	$\xi^{0.614}$	$\xi^{0.600}$

## 4.5 シミュレーション結果と解析的推定の比較

まず、式 (4.14) と式 (4.31) で推定された磁場強度と数値計算によって得られた磁場強度の比較を図 4.5 に示す。上から下にかけて、それぞれのパネルで  $\gamma_{\text{eff}} = 1.2, 1.1, 1.0$  での比較を示している。各パネルの左上に式 (4.33) を用いて計算した閾値  $\xi_1$  を示している。

式 (4.15) におけるスペクトル指数  $\vartheta$  を測るために、シミュレーション結果から得られるスペクトルをフィットする。運動論的段階では、ダイナモによる成長は  $k_p$  で起こるが、非線形段階では  $k_p$  で起こる。これらをシミュレーション結果から評価するために、Kriel et al. [2022] から、 $k_{\text{turb}}/k_J = 1$  を仮定して、関係式  $k_p = 0.025k_{\text{turb}}\text{Re}^{3/4}$  を採用する。 $k_p$  は波数空間で  $\varepsilon_{\text{mag}}$  が最大となる波数とする。結果として、推定されたスペクトル指数  $\vartheta$  を図 4.6 に示す。更に、これらの点を  $\xi < \xi_1$  の範囲で最小二乗法を用いて二次関数でフィットし、それらを実線でプロットする。全体として、スペクトル指数 (最初は  $\vartheta = 1/2$ ) は重力収縮が進むにつれて徐々に減少し、どのモデルでも  $\vartheta \simeq 1/3$  (点線) までほぼ減少する。4.4.2 節で  $\vartheta = 1/3$  としたのはこのためである。

図 4.5 に戻って破線に注目する。これらの曲線は図 4.6 に示す曲線を用いてフィットしている。全てのモデルの運動論段階の磁場は、式 (4.14) でよく再現されることがわかる。この結果はまた、磁場の成長が乱流運動エネルギーのスペクトル指数に敏感に依存することを意味する ([Schober et al., 2012] も参照)。4.4.1 節で示したように、 $C_T = 0.075$  とした。これはシミュレーション結果を再現するために選んだ最適なパラメータであるが、乱流の性質によって決まる可能性がある。 $C_T$  の物理的依存性を明らかにすることは興味深いが、この研究の範囲外である。そのため、今後の研究でこの問題に取り組む予定である。

非線形段階において、残る未定係数は式 (4.28) における  $\phi_{\text{ff}}$  の値である。Stacy et al. [2022] において、彼女らは  $\phi_{\text{ff}}$  を定数であると仮定し、ガスの落下速度を積分することでこの値を求めた。本章の研究では、簡単のために、ガス雲が自己相似的に重力収縮すると仮定する。これは、第 3 章で確認されたように、理想的な重力収縮するガス雲の良い近似である。第 3 章では磁場を考慮していないが、本章の研究では初期磁場強度は非常に弱いので、ここでも同じ近似が成り立つ、すなわち、重力収縮のダイナミクスは磁場を考慮しない場合と大差がない。ガスコアの密度は収縮時間  $t_{\text{ss}}$  によって、 $\rho_{\text{mean}} = \alpha(0)/4\pi G t_{\text{ss}}^2$  として与えられるため (3.4 節を参照)、 $\phi_{\text{ff}}$  は解



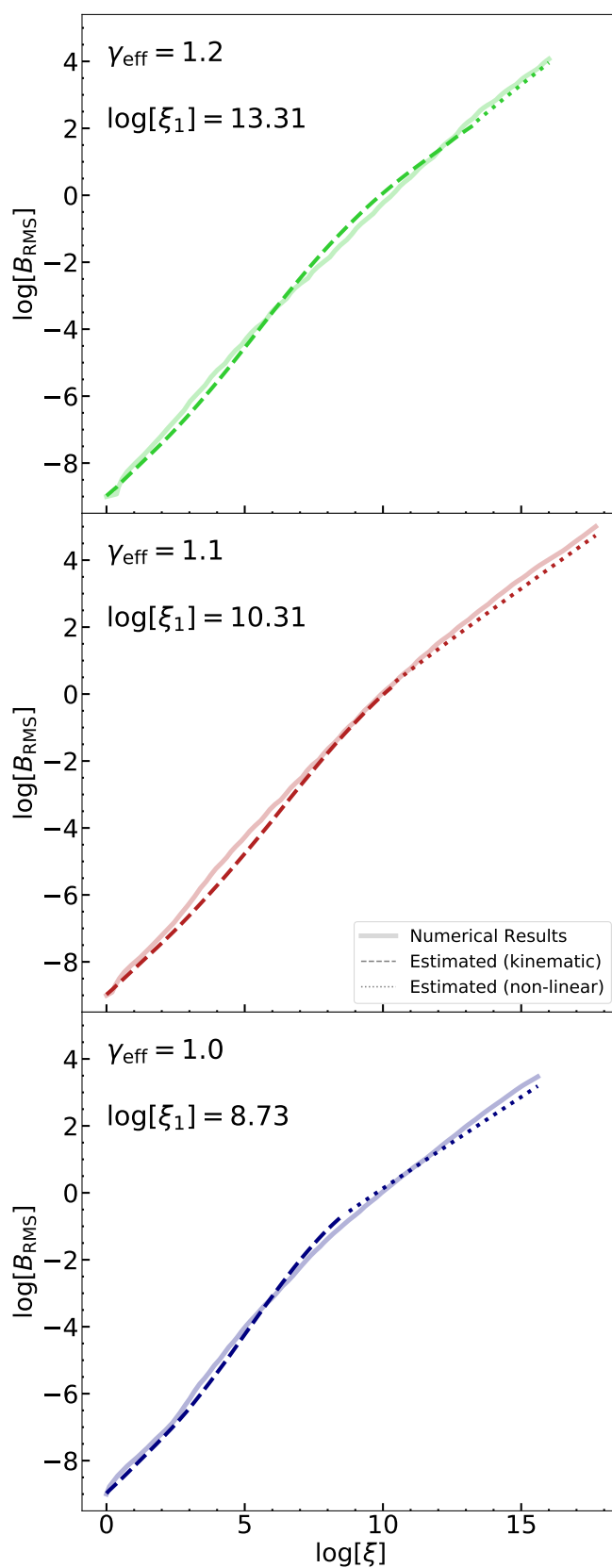


図 4.5 シミュレーション結果と解析的推定の比較。上から下にかけて、それぞれのパネルで  $\gamma_{\text{eff}} = 1.2, 1.1, 1.0$  での比較を示している。各パネルの左上に式 (4.33) を用いて計算した運動論的段階と非線形段階の閾値  $\xi_1$  を示している。破線は式 (4.14) から得られ、点線は式 (4.31) から得られた。

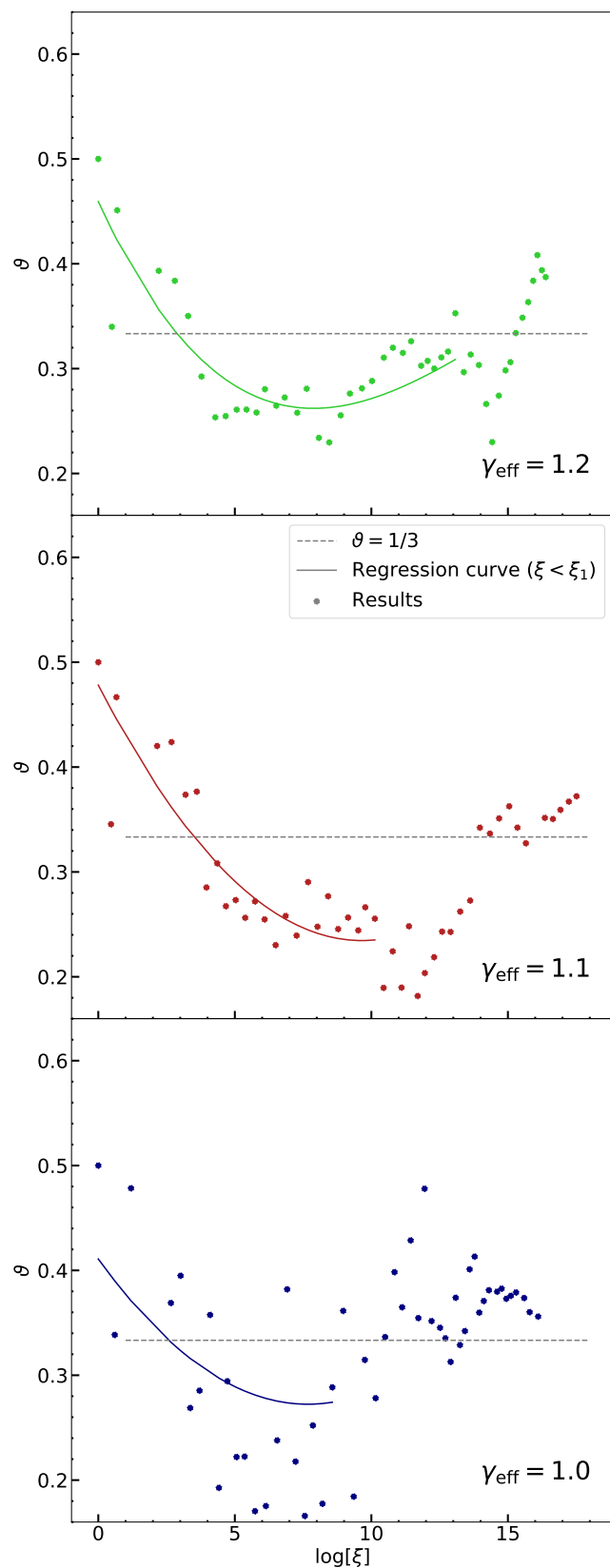


図 4.6  $\gamma_{\text{eff}} = 1.2$  (上段),  $1.1$  (中段),  $1.0$  (下段) での乱流速度のスペクトル指数の散布図。実線は  $\xi < \xi_1$  の範囲で最小二乗法を用いて二次関数でフィットした近似曲線。破線は  $\vartheta = 1/3$  を示している。

析的に推定でき、以下で与えられる。

$$\phi_{\text{ff}} = t_{\text{ss}}/t_{\text{ff}} = \left( \frac{32\alpha(0)}{12\pi^2} \right)^{1/2}. \quad (4.35)$$

第 3 章の表 3.2 から、 $\gamma_{\text{eff}} = [1.0, 1.1, 1.2]$  に対して、 $\alpha(0) = [1.67, 3.46, 7.19]$  であるので、 $\phi_{\text{ff}} = [0.67, 0.94, 1.39]$  となる。

図 4.5 の破線に注目すると、すべてのモデルにおいて、非線形段階の磁場も本章の拡張された解析的推定 (式 4.31) によってよく再現できることがわかる。その差は最大で 2.05 倍程度であり、何桁にも渡る進化に対して十分に許容できる範囲内にある。

本節での結果をまとめると、 $\gamma_{\text{eff}}$  の異なるモデルに対して、全体的な磁場の時間発展は本章の拡張した解析的推定 (式 (4.14) と式 (4.31)) で非常によく再現できる。また、運動論的段階と非線形段階の間の遷移は、数値解像度を用いて式 (4.33) から解析的に推定することができる。

## 4.6 解像度依存性

この節では、前節までの議論を補強するために、 $\gamma_{\text{eff}} = 1.1$  のモデルで解像度を変えた場合での計算結果を示す。まず、図 4.7 で異なる数値解像度 (Jeans パラメーター  $N_J$ ) の乱流速度を比較する。4.2 節で示したように、 $N_J$  は Jeans 長を格子セルで分解するために用いる数であり、この数を 2 倍にすると最小セル幅が半分になる。

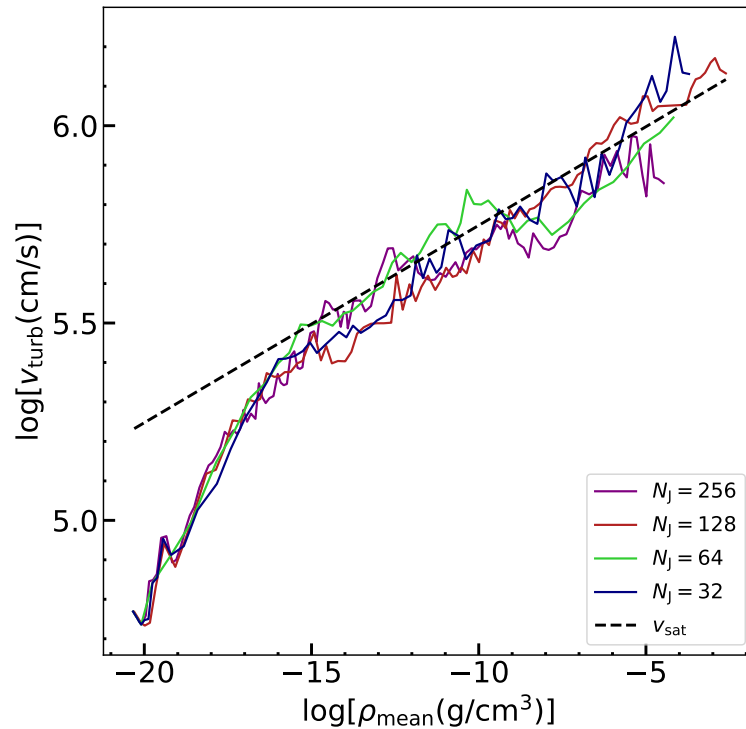


図 4.7 図 3.1 と同じだが、異なる解像度での結果の比較。色の違いは Jeans 長を分解するためのセルグリッド数の違いに対応している。

乱流速度はすべての解像度のケースで飽和速度 (黒の破線) に収束することがわかる。第 2 章で議論したように、初期マッハ数が低い乱流は、成長を正確に捉えるために高い Jeans パラメーターが必要である。例えば、 $\mathcal{M}_0 = 0.05$  の場合、 $N_J \geq 128$  が必要であった。本章の結果は、 $N_J = 32$  が  $\mathcal{M}_0 = 0.5$  の乱流速度の成長を正確に捉えるのに十分な解像度であることを示している。

図 4.8 は比エネルギー比の進化 (上図) とシミュレーション結果と解析的推定の比較 (下図) を様々な解像度  $N_J$  に対して示している。

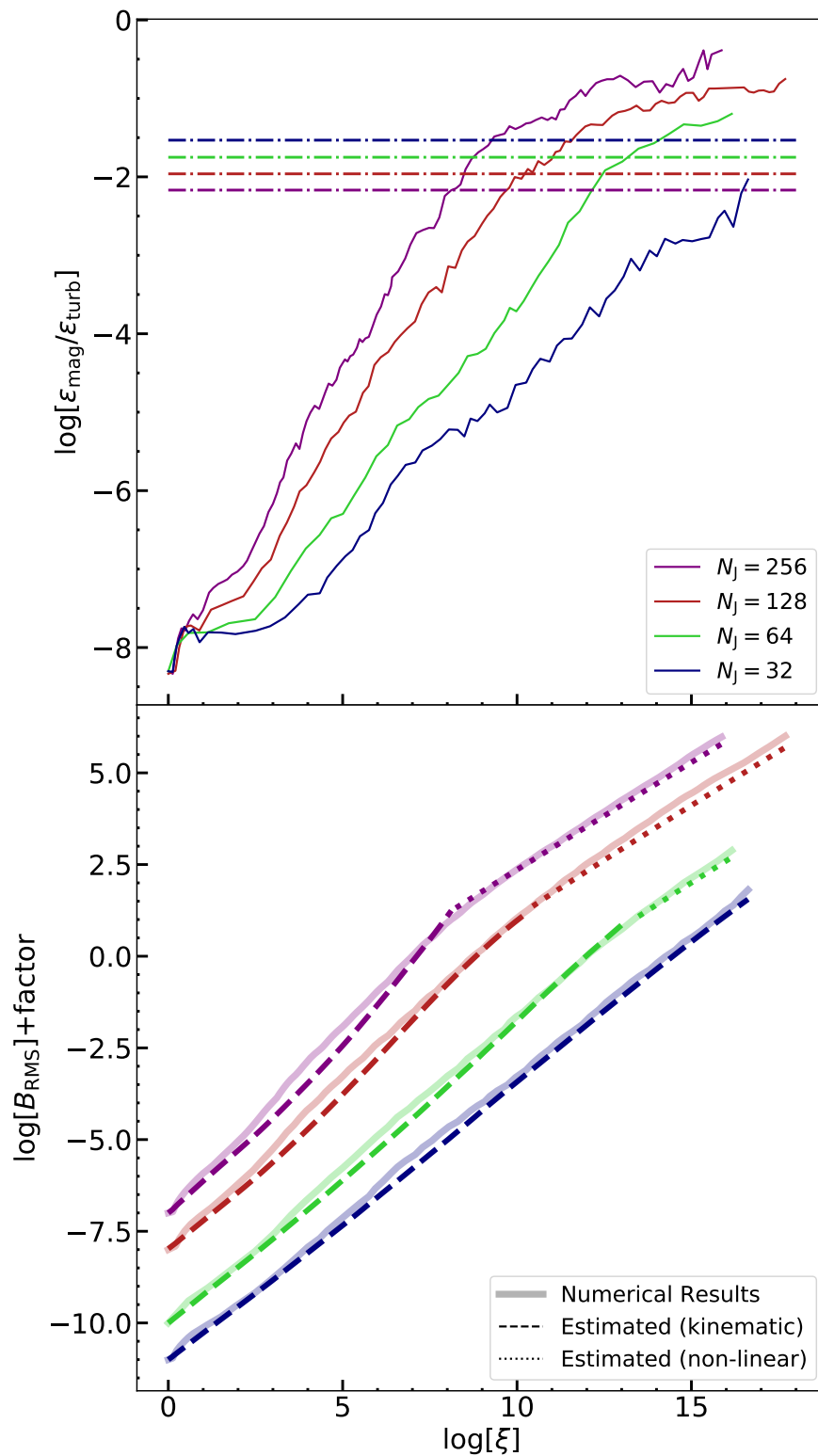


図 4.8 上図：磁気エネルギーと乱流運動エネルギーの比エネルギー比の進化。一点鎖線は非線形段階の開始時のエネルギー比の推定値を示す。下図：運動論的段階（破線）と非線形段階（点線）のシミュレーション結果と解析的推定の比較。シミュレーションとモデルの比較を容易にし、異なる解像度のケースを分けるためにファクターを掛けている。 $N_J = 256, 128, 64, 32$  の場合で、ファクターはそれぞれ対数スケールで +2, +1, -1, -2 である。

上図において、実線の曲線は数値計算の結果を、一点鎖線は式 (4.33) から得られたそれぞれのモデルに対応する遷移比を示しており、0.0068 から 0.029 の間で分布している。 $N_J \geq 64$  のモデルでは非線形段階に到達しているが、 $N_J = 32$  の場合のみ運動論的段階で計算が終了していることがわかる。

上記の結果を受けて、シミュレーションと解析的推定 (式 (4.14) と式 (4.31)) によって得られたそれぞれの磁場の強度を下図に示す。各モデルにおける、破線の曲線と点線の曲線との遷移点は、上図の実線と破線点線の交点に対応する。また、結果を見やすくするためにそれぞれ係数をかけている。シミュレーション結果は、運動論的段階でも非線形段階でも、様々な解像度の解析的推定値によってよく再現できることがわかる。また、2つの段階間の遷移も、すべての解像度で解析的推定値と一致している。この事実は、我々のモデルの堅牢性を示している。

## 4.7 本章の結果に対する議論

磁場は収縮期後の質量降着期において重要な役割を果たす。一般的なシナリオでは、重力収縮する雲は密度が  $\gtrsim 10^{-5} \text{ g cm}^{-3}$  に達すると光学的に厚くなり、放射冷却が非効率的になる。その結果、降着円盤を伴う、原始星として知られる静水圧コアが形成される [Larson, 1969, Penston, 1969, Greif et al., 2012]。この降着円盤は、周囲からの質量降着によって重力的に不安定になると分裂し、複数の星が形成される [e.g., Greif et al., 2012, Stacy et al., 2016, Susa, 2019]。

最近の数値計算を用いた研究のほとんどは、ダイナモ効果によって増幅された強い磁場が円盤の分裂を適度に抑制し、その結果、質量関数が比較的トップヘビーになることを示している [e.g., Sharda et al., 2020, 2021, Stacy et al., 2022]\*5。

本章の結果は、初代星形成コアには、 $\gamma_{\text{eff}}$  の違い、すなわち、冷却・加熱の処方箋の違いや重元素の有無によらず、常に強い磁場が存在することを示している。従って、初代星の IMF は磁場を考慮しない場合よりもトップヘビーになるという理論的な議論はこれまで考えられてきたものよりも強固なものになる。

この事実は、初代星の観測的な痕跡にいくつかの示唆を与えるかもしれない。もし本当にダイナモが発生させる磁場が円盤の分裂を抑制するのであれば、形成された初代星は、磁場の影響を除いた以前の数値計算で予想されたよりも質量を増すことになる。このことは、現在の宇宙 ( $\lesssim 0.8M_{\odot}$ ) まで生き残ることができる低質量の初代星の形成が支持されない傾向があることを意味する。

一方、降着期の初期に強い磁場が存在することは、重力波を放出する大質量ブラックホール連星の始祖と考えられている、大質量近接初代星の連星形成に有利である。Hubble 時間内に合体して重力波を放出するためには、ブラックホール連星の連星間距離が原始星の最大膨張サイズ  $\lesssim 100R_{\odot}$  である必要がある。強い磁場がない場合、原始星のスピンの軌道のスピンに角運動量が輸送され、連星間距離が広がる。したがって、このような接近連星は形成されにくい [Kiriara et al., 2023]。強い磁場が存在する場合の磁気制動効果は、スピン軌道角運動量輸送によって、この連星系の拡大のメカニズムを打ち消す可能性がある。これまでのところ、磁気制動効果を取り入れた初代星連星合体の条件を詳細に調べた研究はない。言うまでもなく、この問題に関するより詳細な研究が必要である。

## 4.8 本章のまとめ

本章では、始原環境における星形成コア収縮期の乱流を伴う磁場を包括的に研究するために、高分解能数値シミュレーションを行った。また、重力収縮中の磁場の成長率についての解析的な推定を一般化し、数値計算結果と比較した。最後に、本章の議論を補強するために、解像度依存性を調べるための追加の重力収縮シミュレーションを行った。

\*5 Hirano and Machida [2022] は、形成された原始星の周りの増幅が非常に大きく、分裂が完全に抑制されると主張している。

本章の主な結果を以下にまとめる。

1. 重力収縮による乱流速度の増幅と飽和は、強磁場からの逆反応にあまり影響されない。(図 4.1, 図 4.7)
2. Kazantsev スペクトル ( $\propto k^{3/2}$ ) は磁場が飽和するまで重力収縮するガス雲に現れる。(図 4.3).
3. 磁気エネルギーの成長速度は乱流運動エネルギーの成長速度と等しいため、飽和時の磁気/運動エネルギー比は乱流速度が上昇し続けても一定となり、その値は  $\gamma_{\text{eff}}$  に依存する。 $\gamma_{\text{eff}}$  が小さいほど飽和乱流速度が小さいので、最終的なエネルギー比は大きくなる。(図 4.4)
4. ダイナモによる磁場の成長率は、運動論的段階、非線形段階ともに  $\gamma_{\text{eff}}$  に依存する (式 (4.14),(4.24), 図 4.2).
5. 磁気エネルギーと乱流運動エネルギーの遷移比エネルギー比は、計算解像度のみで求めることができ (式 (4.33))、これは  $\gamma_{\text{eff}}$  に依存しない。
6. 重力収縮するガス雲における磁場の進化は、様々な  $\gamma_{\text{eff}}$  と解像度において、式 ((4.14), (4.31)) で説明できる。(図 4.5, 4.8)

本章の結果を本論文の一連の研究と組み合わせることで、重力収縮する始原ガス雲における乱流だけでなく、もつれた磁場の成長も確認された。この結果は、高分解能数値シミュレーションだけでなく、詳細な解析的議論によっても裏付けられている。数値的/解析的結果は他の結果とよく一致している。さらに、この理論を一般的な  $\gamma_{\text{eff}}$  ケースに拡張しても、良い一致を保っており、数値計算と解析的推定の妥当性を補強している。

## 第5章

# 結論と今後の研究への示唆

本論文の結果は、初代星形成過程において、マッハ数  $\sim 1.6$  の超音速乱流と、それに伴う乱流の運動エネルギーの 10% 程度の磁気エネルギーを持った磁場が一般的な性質であることを示している。この結果は、初代星に関する研究に対して様々な示唆を与えることができる。

これまで議論したように、初代星原始星形成後の降着円盤における分裂過程において、乱流と磁場は重要な役割を果たす。乱流はそのせん断運動によってガスの分裂を促進する [e.g., Clark et al., 2011a,b] 一方で、磁場は磁気制動効果やアウトフロー・ジェットなどによって星+円盤系から角運動量を取り除き、中心星への質量降着の増加や分裂の抑制をもたらす [e.g., Machida et al., 2006, 2008]。そのため、実際にどの程度分裂が促進/抑制されるかは、乱流と磁場の効果の競合で決まる。さらに、その際の乱流のモード（つまりランダムな方向の運動の中にどの程度回転の成分が含まれているかなど）や磁力線の構造にも依存することが予想される。磁場と乱流の両方の効果を取り入れた降着期の研究は、近年 Sharda et al. [2020, 2021] などによって行われ、磁場が優勢で少し分裂が抑制されるという結果が示されたが、これらの研究では本論文で示したような、完全に発達した乱流と磁場を考慮しているわけではないため、現実の初代星形成過程でどの程度分裂の描像が変化するかにおいては未だ自明ではない。

さらに、上記の先行研究において考慮されていない、原始星形成後の輻射フィードバックや星の自転によってもたらされる効果も初代星形成過程、特に星が多重星として生まれた場合には非常に重要である。Sugimura et al. [2020, 2023] による輻射フィードバックを取り入れた初代星連星の進化を追ったシミュレーションでは、形成後の原始星連星は輻射フィードバックによって質量降着がシャットアウトされる（詳細は Hosokawa et al. [2011, 2016] を参照）まで、時間とともに降着による質量と角運動量の獲得によってその星質量と連星間距離を拡大させる。結果として、初代星は典型的に大質量かつ広い連星間距離の多重星として生まれることが示された。また、Kirihaara et al. [2023] は典型的に初代星の原始星は高速で回転しており、時間とともに原始星のスピンの角運動量が輸送されることによって、連星間距離が広がることを示した。しかしながら、いずれの場合にも磁場の効果を見逃しているため、強磁場が存在する場合にはこれらの効果が打ち消される可能性がある。

本節始めでも述べたように本論文の結果は、原始星形成時において超音速乱流と強磁場が一般的な性質であり、常に考慮されるべきであることを示している。これはまた、初代星形成雲の収縮期における標準モデルを提示したことを意味する。したがって、今後の初代星の研究はより降着期以後の進化に焦点を当てたものになり、乱流、磁場、輻射をすべて取り入れた、高解像度長時間の輻射磁気流体シミュレーションが当面の課題となることが示唆される。

さらに、本研究の結果は初代星だけでなく、第2世代以降の星形成に対しての示唆も与えることができる。1.1.2 節、1.2.1 節、3.6 節などで述べたように、初代星とその後の世代の星形成で大きく異なるのは冷却過程とそれによる温度進化である。重元素を含む化学種による冷却・加熱は軽元素のみで構成される始原ガスのものに比べてより複雑な温度進化をもたらすため、進化の過程で  $\gamma_{\text{eff}}$  は様々な値を取る。結果として、乱流や磁場の増幅率や飽和レベルについては、本論文で行った解析的な推定では見積もることはできない。しかしながら、原始星

形成までガス雲が自己相似的に重力収縮し、その間のエネルギー注入は自己重力による重力ポテンシャルが主という基本的な描像は変わらないため、乱流や磁場の重力収縮による増幅自体は起こることが予想される。

初代星による超新星爆発からの噴出物を考慮した第2世代の星形成の研究 [e.g., Chiaki and Wise, 2019, Chiaki and Yoshida, 2022] においては、その計算コストの高さなどを理由に乱流や磁場の詳細な性質に焦点を当てた研究は未だ発展途上であり、またそのような低金属量環境での乱流や磁場の原始星形成時の典型的な強さは未解明であるが、始原環境と同様の増幅が働くと考え、第2世代星形成においても乱流と磁場は降着期のダイナミクスに影響を与えうる強度になることが予想される。その場合、現在考えられている理論的な IMF の推定とは異なったものが得られるだろう。

現在の天の川銀河系内の星形成の現場では、3.6 節でも議論したように、近年の高分解能観測装置による観測の結果、コアまたはそれより小スケールでの強い乱流の存在が示唆されている [e.g., Lee et al., 2017, Tokuda et al., 2018]。これは、星間媒質 (Interstellar medium: ISM) などのコアスケール以上のスケールで超新星爆発や分子雲同士の衝突によって乱流が駆動され、Kolmogorov 則や Larson 則に従って小スケールにカスケード減衰した結果、亜音速程度となる理論的な予想とは異っており、本論文で示したような重力収縮による乱流の増幅がその強い乱流の有力な駆動候補となるかもしれない。また、Crutcher [2012] などの観測は、低密度分子雲の磁場は典型的に数  $\mu\text{G}$  程度であることを示しているが、一方で若い低質量星の観測では  $\text{kG}$  程度の磁場の存在が示唆されている [e.g., Sokal et al., 2020]。Wurster et al. [2018] による非理想磁気流体シミュレーションの結果は、この  $\text{kG}$  程度の磁場がダイナモによる増幅で発達したことを示している。この研究では、磁場の増幅率や飽和レベルに対しての解析的な推定との比較は行っていないが、今後本研究で導出したダイナモによる磁場増幅の推定を非理想磁気効果や時間変化する  $\gamma_{\text{eff}}$  を考慮して拡張することで、この議論を裏付け、現代の若い星の磁場の起源をより詳細に明らかにすることが可能となるであろう。

このように、本研究の結果は始原環境だけでなく、低金属量環境や現在の星形成の研究への示唆に富んだものであり、今後の研究の発展に貢献できるものであると期待される。



## 付録 A

# 乱流散逸シミュレーション

式 (3.13) から  $M_{\text{sat}}$  を推定するためには、乱流の散逸係数  $\eta$  が必要である。ここでは、等温気体の乱流散逸を調べた Mac Low [1999a] のシミュレーションを拡張する。そのために、Mac Low [1999a] の手法を基礎として、 $\gamma_{\text{eff}}$  を変化させた場合のシミュレーションを行う。ここで、Mac Low [1999a] で定義されている散逸係数  $\eta_v$  は、式 (3.13) の  $\eta$  と少し異なっていることに注意する必要がある。この両者は、 $\eta = 2\pi\eta_v$  の関係によって相互に変換することができる [Guerrero-Gamboa and Vázquez-Semadeni, 2020, 式 (14)]。

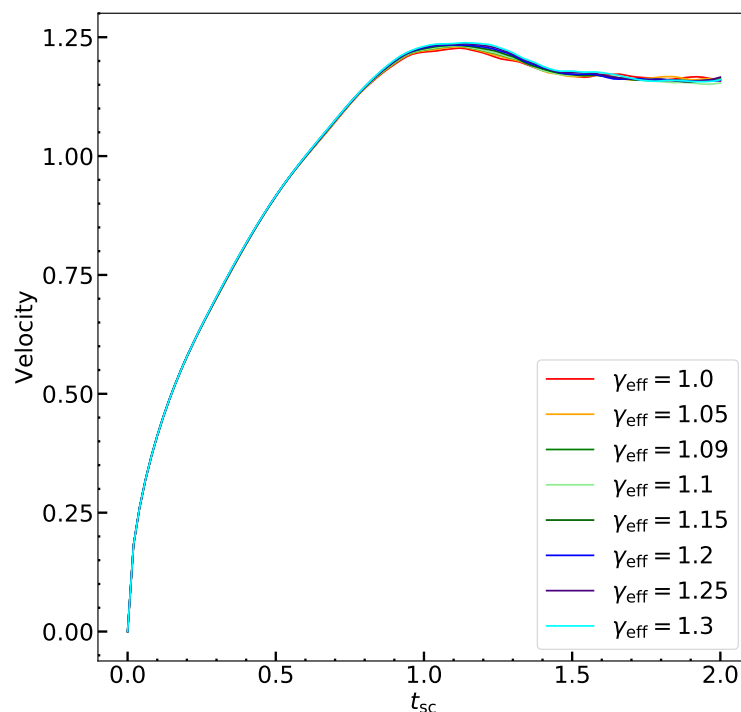


図 A.1 運動エネルギー注入率  $\dot{E}_{\text{in}} = 1$  の場合の乱流速度の時間発展。曲線の色は右下の枠で示した  $\gamma_{\text{eff}}$  に対応する。速度の時間発展に  $\gamma_{\text{eff}}$  依存性がないことがわかる。

まず、このシミュレーションの各物理量は計算コード単位で記述されていることに注意する。すべての計算は  $128^3$  セルを持つ 3 次元一様格子で行われる。<sup>\*1</sup> 計算領域長  $L = 1$  とし、周期境界条件を用いる。ガスは初期密度  $\rho_0 = 1$ 、全質量  $m \equiv \rho L^3 = 1$  で領域内に一様に分布している。3.2.1 節との比較のため、 $\mu = 1.22$  とし、 $\gamma_{\text{eff}}$  を同じにしてシミュレーションを行う。

シミュレーションの間、乱流は各時間ステップ  $\delta t$  で速度変動  $\delta v$  の注入によって連続的に駆動される。この  $\delta v$

<sup>\*1</sup> Mac Low [1999a] は、十分な解像度（最大でも  $128^3$ ）を与えれば、この種の乱流シミュレーションにおける速度の成長は解像度に依存しないことを示した。したがって、 $128^3$  の一様格子を選ぶ。また、この解像度は 3.2 節の重力収縮シミュレーションの有効解像度（Jeans パラメーター）と同じである。

は、一定の運動エネルギー注入率  $\dot{E}_{\text{in}} = \Delta E / \Delta t$  から得られ、初期パラメータとして設定される。波数  $k$  における乱流運動エネルギースペクトルは、 $k_{\text{peak}} = 2$  にピークを持つ Larson 則 (すなわち、 $E(k) \propto k^{-2}$ ) に従うように設定される。したがって、乱流の典型的な駆動スケールは  $L/k_{\text{peak}}$  である。駆動される速度場は完全なソレノイダルモードで構成され、重力収縮によって駆動される乱流速度場を模倣している [Federrath et al., 2011b]。各  $\gamma_{\text{eff}}$  について  $\dot{E}_{\text{in}} = 0.1, 0.3, 1, 3, 10$  でシミュレーションを行い、各  $\gamma_{\text{eff}}$  で与えられる初期音速で計算される音波の交差時間  $t_{\text{sc}}$  の 2 倍で終了する。

まず、例として  $\dot{E}_{\text{in}} = 1$  の場合の乱流速度の時間発展を図 A.1 に示す。全ての  $\gamma_{\text{eff}}$  に対して、速度は  $\simeq t_{\text{sc}}$  の時間で飽和する。どの  $\gamma_{\text{eff}}$  でも速度の時間変化はほとんど同じであり、乱流の時間発展に  $\gamma_{\text{eff}}$  依存性がないことがわかる。

Mac Low [1999a] は、乱流が平衡 (飽和) 状態に達した時、乱流のエネルギー散逸率  $\dot{E}_{\text{kin}}$  はエネルギー注入率  $\dot{E}_{\text{in}}$  と等しいことを数値計算の結果から示し、また、それは以下の線形関係によって近似できる

$$\dot{E}_{\text{kin}} \simeq -\eta_v m \tilde{k} v_{\text{rms}}^3. \quad (\text{A.1})$$

ここで、 $\tilde{k} \equiv (2\pi/L)k_{\text{peak}}$  としている。この関係を用いて、散逸係数を推定する。

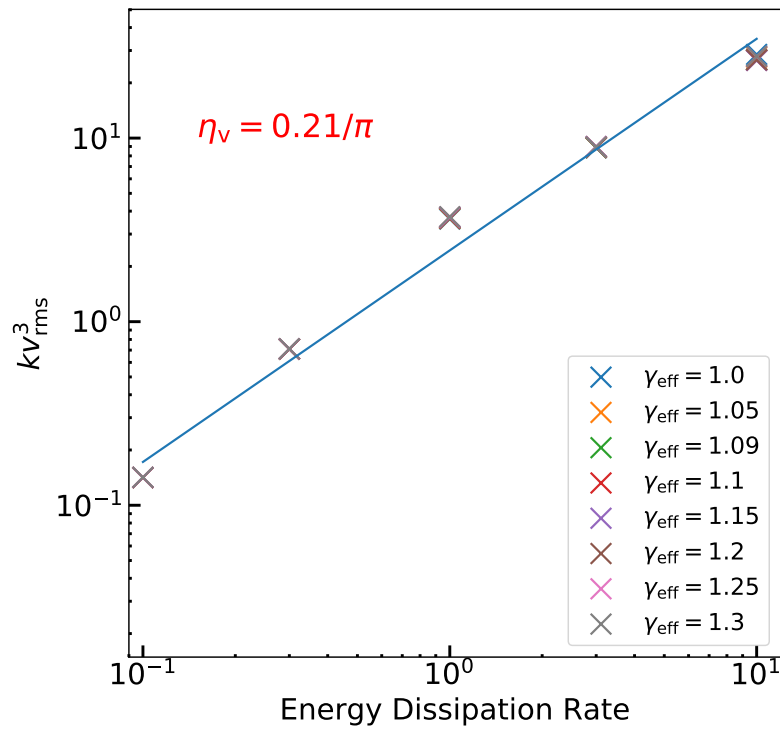


図 A.2 エネルギー散逸率 ( $= \dot{E}_{\text{in}}$ ) 対  $kv_{\text{rms}}^3$  の散布図。色の違いは  $\gamma_{\text{eff}}$  の違いに対応する。青い実線は最小二乗法で求めた。異なる  $\gamma_{\text{eff}}$  間で値に差がないため、各エネルギー散逸率において点はほぼ 1 点に縮退している。

シミュレーション開始後から、音波の交差時間が経過した後の、 $kv_{\text{rms}}^3$  に対してのエネルギー散逸率 ( $= \dot{E}_{\text{in}}$ ) を図 A.2 にプロットする。異なる色の丸印は、対応する  $\gamma_{\text{eff}}$  での結果を示す。この図から、異なる  $\gamma_{\text{eff}}$  の間で差がなく、また各エネルギー散逸率において、点がほぼ一点に重なっていることがわかる。この結果と式 (A.1) から、最小二乗法を用いて  $\eta_v = 0.42/(2\pi)$  と見積もることができた。これは Mac Low [1999a] の等温の場合の結果と完全に一致する。よって、本論文では  $\eta = 0.42$  を用いることとする。

## 参考文献

- Radhika Achikanath Chirakkara, Christoph Federrath, Pranjal Trivedi, and Robi Banerjee. Efficient Highly Subsonic Turbulent Dynamo and Growth of Primordial Magnetic Fields. *Phys.Rev.Lett.*, 126(9):091103, March 2021. doi: 10.1103/PhysRevLett.126.091103.
- Masashi Ando, Kentaro Doi, and Hajime Susa. Generation of Seed Magnetic Field Around First Stars: Effects of Radiation Force. *ApJ*, 716(2):1566–1572, June 2010. doi: 10.1088/0004-637X/716/2/1566.
- Pablo Arrabal Haro, Mark Dickinson, Steven L. Finkelstein, Jeyhan S. Kartaltepe, Callum T. Donnan, Denis Burgarella, Adam C. Carnall, Fergus Cullen, James S. Dunlop, Vital Fernández, Seiji Fujimoto, Intae Jung, Melanie Krips, Rebecca L. Larson, Casey Papovich, Pablo G. Pérez-González, Ricardo O. Amorín, Micaela B. Bagley, Véronique Buat, Caitlin M. Casey, Katherine Chworowsky, Seth H. Cohen, Henry C. Ferguson, Mauro Giavalisco, Marc Huertas-Company, Taylor A. Hutchison, Dale D. Kocevski, Anton M. Koekemoer, Ray A. Lucas, Derek J. McLeod, Ross J. McLure, Norbert Pirzkal, Lise-Marie Seillé, Jonathan R. Trump, Benjamin J. Weiner, Stephen M. Wilkins, and Jorge A. Zavala. Confirmation and refutation of very luminous galaxies in the early Universe. *Nature*, 622(7984):707–711, October 2023. doi: 10.1038/s41586-023-06521-7.
- H. W. Babcock. The Topology of the Sun’s Magnetic Field and the 22-Year Cycle. *ApJ*, 133:572, March 1961. doi: 10.1086/147060.
- L. Biermann. Über den Ursprung der Magnetfelder auf Sternen und im interstellaren Raum (miteinem Anhang von A. Schlüter). *Zeitschrift Naturforschung Teil A*, 5:65, January 1950.
- Yuval Birnboim, Christoph Federrath, and Mark Krumholz. Compression of turbulent magnetized gas in giant molecular clouds. *MNRAS*, 473(2):2144–2159, Jan 2018. doi: 10.1093/mnras/stx2426.
- S. Bovino, D. R. G. Schleicher, and J. Schober. Turbulent magnetic field amplification from the smallest to the largest magnetic Prandtl numbers. *New Journal of Physics*, 15(1):013055, January 2013. doi: 10.1088/1367-2630/15/1/013055.
- Axel Brandenburg and Kandaswamy Subramanian. Astrophysical magnetic fields and nonlinear dynamo theory. *PhR*, 417(1-4):1–209, October 2005. doi: 10.1016/j.physrep.2005.06.005.
- Volker Bromm, Paolo S. Coppi, and Richard B. Larson. The Formation of the First Stars. I. The Primordial Star-forming Cloud. *ApJ*, 564(1):23–51, Jan 2002. doi: 10.1086/323947.
- Corey Brummel-Smith, Greg Bryan, Iryna Butsky, Lauren Corlies, Andrew Emerick, John Forbes, Yusuke Fujimoto, Nathan Goldbaum, Philipp Grete, Cameron Hummels, Ji-hoon Kim, Daegene Koh, Miao Li, Yuan Li, Xinyu Li, Brian OShea, Molly Peeples, John Regan, Munier Salem, Wolfram Schmidt, Christine Simpson, Britton Smith, Jason Tumlinson, Matthew Turk, John Wise, Tom Abel, James Bordner, Renyue Cen, David Collins, Brian Crosby, Philipp Edelman, Oliver Hahn, Robert Harkness, Elizabeth Harper-Clark, Shuo Kong, Alexei Kritsuk, Michael Kuhlen, James Larrue, Eve Lee, Greg Meece, Michael Norman, Jeffrey Oishi, Pascal Paschos, Carolyn Peruta, Alex Razoumov, Daniel Reynolds, Devin Silvia, Samuel Skillman, Stephen Skory, Geoffrey So, Elizabeth Tasker, Rick Wagner, Peng Wang, Hao Xu, and Fen

- Zhao. ENZO: An Adaptive Mesh Refinement Code for Astrophysics (Version 2.6). *The Journal of Open Source Software*, 4(42):1636, October 2019. doi: 10.21105/joss.01636.
- Greg L. Bryan, Michael L. Norman, Brian W. O’Shea, Tom Abel, John H. Wise, Matthew J. Turk, Daniel R. Reynolds, David C. Collins, Peng Wang, Samuel W. Skillman, Britton Smith, Robert P. Harkness, James Bordner, Ji-hoon Kim, Michael Kuhlen, Hao Xu, Nathan Goldbaum, Cameron Hummels, Alexei G. Kritsuk, Elizabeth Tasker, Stephen Skory, Christine M. Simpson, Oliver Hahn, Jeffrey S. Oishi, Geoffrey C. So, Fen Zhao, Renyue Cen, Yuan Li, and Enzo Collaboration. ENZO: An Adaptive Mesh Refinement Code for Astrophysics. *ApJS*, 211(2):19, Apr 2014. doi: 10.1088/0067-0049/211/2/19.
- J.M. Burgers. A mathematical model illustrating the theory of turbulence. In Richard Von Mises and Theodore Von Kármán, editors, *Advances in Applied Mechanics*, volume 1 of *Advances in Applied Mechanics*, pages 171–199. Elsevier, 1948. doi: [https://doi.org/10.1016/S0065-2156\(08\)70100-5](https://doi.org/10.1016/S0065-2156(08)70100-5). URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0065215608701005>.
- Alex J. Cameron, Harley Katz, Callum Witten, Aayush Saxena, Nicolas Laporte, and Andrew J. Bunker. Nebular dominated galaxies in the early Universe with top-heavy stellar initial mass functions. *arXiv e-prints*, art. arXiv:2311.02051, November 2023. doi: 10.48550/arXiv.2311.02051.
- Gilles Chabrier. The Initial Mass Function: From Salpeter 1955 to 2005. In E. Corbelli, F. Palla, and H. Zinnecker, editors, *The Initial Mass Function 50 Years Later*, volume 327 of *Astrophysics and Space Science Library*, page 41, January 2005. doi: 10.1007/978-1-4020-3407-7\_5.
- Gen Chiaki and John H. Wise. Seeding the second star: enrichment from population III, dust evolution, and cloud collapse. *MNRAS*, 482(3):3933–3949, January 2019. doi: 10.1093/mnras/sty2984.
- Gen Chiaki and Naoki Yoshida. Disc fragmentation and oligarchic growth of protostellar systems in low-metallicity gas clouds. *MNRAS*, 510(4):5199–5219, March 2022. doi: 10.1093/mnras/stab2799.
- Gen Chiaki, Hajime Susa, and Shingo Hirano. Metal-poor star formation triggered by the feedback effects from Pop III stars. *MNRAS*, 475(4):4378–4395, April 2018. doi: 10.1093/mnras/sty040.
- Paul C. Clark, Simon C. O. Glover, Ralf S. Klessen, and Volker Bromm. Gravitational Fragmentation in Turbulent Primordial Gas and the Initial Mass Function of Population III Stars. *ApJ*, 727(2):110, Feb 2011a. doi: 10.1088/0004-637X/727/2/110.
- Paul C. Clark, Simon C. O. Glover, Rowan J. Smith, Thomas H. Greif, Ralf S. Klessen, and Volker Bromm. The Formation and Fragmentation of Disks Around Primordial Protostars. *Science*, 331(6020):1040, February 2011b. doi: 10.1126/science.1198027.
- Richard M. Crutcher. Magnetic Fields in Molecular Clouds. *ARA& A*, 50:29–63, September 2012. doi: 10.1146/annurev-astro-081811-125514.
- Emma Curtis-Lake, Stefano Carniani, Alex Cameron, Stephane Charlot, Peter Jakobsen, Roberto Maiolino, Andrew Bunker, Joris Witstok, Renske Smit, Jacopo Chevallard, Chris Willott, Pierre Ferruit, Santiago Arribas, Nina Bonaventura, Mirko Curti, Francesco D’Eugenio, Marijn Franx, Giovanna Giardino, Tobias J. Looser, Nora Lützgendorf, Michael V. Maseda, Tim Rawle, Hans-Walter Rix, Bruno Rodríguez del Pino, Hannah Übler, Marco Sirianni, Alan Dressler, Eiichi Egami, Daniel J. Eisenstein, Ryan Endsley, Kevin Hainline, Ryan Hausen, Benjamin D. Johnson, Marcia Rieke, Brant Robertson, Irene Shivaei, Daniel P. Stark, Sandro Tacchella, Christina C. Williams, Christopher N. A. Willmer, Rachana Bhatawdekar, Rebecca Bowler, Kristan Boyett, Zuyi Chen, Anna de Graaff, Jakob M. Helton, Raphael E. Hviding, Gareth C. Jones, Nimisha Kumari, Jianwei Lyu, Erica Nelson, Michele Perna, Lester Sandles, Aayush Saxena, Katherine A. Suess, Fengwu Sun, Michael W. Topping, Imaan E. B. Wallace, and Lily Whitler. Spectroscopic confirmation of four metal-poor galaxies at  $z = 10.3$ – $13.2$ . *Nature Astronomy*, 7:

- 622–632, May 2023. doi: 10.1038/s41550-023-01918-w.
- Kentaro Doi and Hajime Susa. Generation of a Seed Magnetic Field around First Stars: The Biermann Battery Effect. *ApJ*, 741(2):93, November 2011. doi: 10.1088/0004-637X/741/2/93.
- John Dubinski, Ramesh Narayan, and T. G. Phillips. Turbulence in Molecular Clouds. *ApJ*, 448:226, July 1995. doi: 10.1086/175954.
- C. Federrath, G. Chabrier, J. Schober, R. Banerjee, R. S. Klessen, and D. R. G. Schleicher. Mach Number Dependence of Turbulent Magnetic Field Amplification: Solenoidal versus Compressive Flows. *Phys.Rev.Lett.*, 107(11):114504, September 2011a. doi: 10.1103/PhysRevLett.107.114504.
- Christoph Federrath. Magnetic field amplification in turbulent astrophysical plasmas. *Journal of Plasma Physics*, 82(6):535820601, December 2016. doi: 10.1017/S0022377816001069.
- Christoph Federrath, Sharanya Sur, Dominik R. G. Schleicher, Robi Banerjee, and Ralf S. Klessen. A New Jeans Resolution Criterion for (M)HD Simulations of Self-gravitating Gas: Application to Magnetic Field Amplification by Gravity-driven Turbulence. *ApJ*, 731(1):62, Apr 2011b. doi: 10.1088/0004-637X/731/1/62.
- Christoph Federrath, Jennifer Schober, Stefano Bovino, and Dominik R. G. Schleicher. The Turbulent Dynamo in Highly Compressible Supersonic Plasmas. *ApJL*, 797(2):L19, December 2014. doi: 10.1088/2041-8205/797/2/L19.
- Christoph Federrath, Ralf S. Klessen, Luigi Iapichino, and James R. Beattie. The sonic scale of interstellar turbulence. *Nature Astronomy*, 5:365–371, January 2021. doi: 10.1038/s41550-020-01282-z.
- M. Fernández-López, L. A. Zapata, and R. Gabbasov. Strongly Misaligned Triple System in SR 24 Revealed by ALMA. *ApJ*, 845(1):10, August 2017. doi: 10.3847/1538-4357/aa7d51.
- Daniele Galli and Francesco Palla. The chemistry of the early Universe. *A&A*, 335:403–420, July 1998. doi: 10.48550/arXiv.astro-ph/9803315.
- Isabella A. Gerrard, Christoph Federrath, and Rajika Kuruwita. The role of initial magnetic field structure in the launching of protostellar jets. *MNRAS*, 485(4):5532–5542, June 2019. doi: 10.1093/mnras/stz784.
- P. Goldreich and S. Sridhar. Toward a Theory of Interstellar Turbulence. II. Strong Alfvénic Turbulence. *ApJ*, 438:763, January 1995. doi: 10.1086/175121.
- A. A. Goodman, P. J. Benson, G. A. Fuller, and P. C. Myers. Dense Cores in Dark Clouds. VIII. Velocity Gradients. *ApJ*, 406:528, April 1993. doi: 10.1086/172465.
- Thomas H. Greif. The numerical frontier of the high-redshift Universe. *Computational Astrophysics and Cosmology*, 2:3, March 2015. doi: 10.1186/s40668-014-0006-2.
- Thomas H. Greif, Jarrett L. Johnson, Ralf S. Klessen, and Volker Bromm. The first galaxies: assembly, cooling and the onset of turbulence. *MNRAS*, 387(3):1021–1036, Jul 2008. doi: 10.1111/j.1365-2966.2008.13326.x.
- Thomas H. Greif, Volker Springel, Simon D. M. White, Simon C. O. Glover, Paul C. Clark, Rowan J. Smith, Ralf S. Klessen, and Volker Bromm. Simulations on a Moving Mesh: The Clustered Formation of Population III Protostars. *ApJ*, 737(2):75, August 2011. doi: 10.1088/0004-637X/737/2/75.
- Thomas H. Greif, Volker Bromm, Paul C. Clark, Simon C. O. Glover, Rowan J. Smith, Ralf S. Klessen, Naoki Yoshida, and Volker Springel. Formation and evolution of primordial protostellar systems. *MNRAS*, 424(1):399–415, Jul 2012. doi: 10.1111/j.1365-2966.2012.21212.x.
- Thomas H. Greif, Volker Springel, and Volker Bromm. On the operation of the chemothermal instability in primordial star-forming clouds. *MNRAS*, 434(4):3408–3422, October 2013. doi: 10.1093/mnras/stt1251.
- Rubén Guerrero-Gamboa and Enrique Vázquez-Semadeni. Nonadiabatic Turbulence Driving during Grav-

- itational Collapse. *ApJ*, 903(2):136, November 2020. doi: 10.3847/1538-4357/abba1f.
- Tomoyuki Hanawa and Tomoaki Matsumoto. Stability of a Dynamically Collapsing Gas Sphere. *PASJ*, 52: 241, April 2000. doi: 10.1093/pasj/52.2.241.
- Yuichi Harikane, Masami Ouchi, Masamune Oguri, Yoshiaki Ono, Kimihiko Nakajima, Yuki Isobe, Hiroya Umeda, Ken Mawatari, and Yechi Zhang. A Comprehensive Study of Galaxies at  $z$  9–16 Found in the Early JWST Data: Ultraviolet Luminosity Functions and Cosmic Star Formation History at the Pre-reionization Epoch. *ApJS*, 265(1):5, March 2023. doi: 10.3847/1538-4365/acaaa9.
- Tilman Hartwig, Volker Bromm, Ralf S. Klessen, and Simon C. O. Glover. Constraining the primordial initial mass function with stellar archaeology. *MNRAS*, 447(4):3892–3908, March 2015. doi: 10.1093/mnras/stu2740.
- Nils Erland Haugen, Axel Brandenburg, and Wolfgang Dobler. Simulations of nonhelical hydromagnetic turbulence. *PhRvE*, 70(1):016308, July 2004. doi: 10.1103/PhysRevE.70.016308.
- A. Heger, C. L. Fryer, S. E. Woosley, N. Langer, and D. H. Hartmann. How Massive Single Stars End Their Life. *ApJ*, 591(1):288–300, July 2003. doi: 10.1086/375341.
- Sho Higashi, Hajime Susa, and Gen Chiaki. Amplification of Turbulence in Contracting Prestellar Cores in Primordial Minihalos. *ApJ*, 915(2):107, July 2021. doi: 10.3847/1538-4357/ac01c7.
- Sho Higashi, Hajime Susa, and Gen Chiaki. Saturation Level of Turbulence in Collapsing Gas Clouds. *ApJ*, 940(1):38, November 2022. doi: 10.3847/1538-4357/ac9b0c.
- Kotaro Hijikawa, Ataru Tanikawa, Tomoya Kinugawa, Takashi Yoshida, and Hideyuki Umeda. On the population III binary black hole mergers beyond the pair-instability mass gap. *MNRAS*, 505(1):L69–L73, July 2021. doi: 10.1093/mnrasl/slab052.
- Shingo Hirano and Masahiro N. Machida. Exponentially Amplified Magnetic Field Eliminates Disk Fragmentation around Population III Protostars. *ApJL*, 935(1):L16, August 2022. doi: 10.3847/2041-8213/ac85e0.
- R. W. Hockney and J. W. Eastwood. *Computer simulation using particles*. 1988.
- Takashi Hosokawa, Kazuyuki Omukai, Naoki Yoshida, and Harold W. Yorke. Protostellar Feedback Halts the Growth of the First Stars in the Universe. *Science*, 334(6060):1250, December 2011. doi: 10.1126/science.1207433.
- Takashi Hosokawa, Shingo Hirano, Rolf Kuiper, Harold W. Yorke, Kazuyuki Omukai, and Naoki Yoshida. Formation of Massive Primordial Stars: Intermittent UV Feedback with Episodic Mass Accretion. *ApJ*, 824(2):119, June 2016. doi: 10.3847/0004-637X/824/2/119.
- Kohei Inayoshi, Ryosuke Hirai, Tomoya Kinugawa, and Kenta Hotokezaka. Formation pathway of Population III coalescing binary black holes through stable mass transfer. *MNRAS*, 468(4):5020–5032, July 2017. doi: 10.1093/mnras/stx757.
- Miho N. Ishigaki, Nozomu Tominaga, Chiaki Kobayashi, and Ken’ichi Nomoto. The Initial Mass Function of the First Stars Inferred from Extremely Metal-poor Stars. *ApJ*, 857(1):46, April 2018. doi: 10.3847/1538-4357/aab3de.
- Tomoaki Ishiyama, Kae Sudo, Shingo Yokoi, Kenji Hasegawa, Nozomu Tominaga, and Hajime Susa. Where are the Low-mass Population III Stars? *ApJ*, 826(1):9, July 2016. doi: 10.3847/0004-637X/826/1/9.
- R. A. James. The Solution of Poisson’s Equation for Isolated Source Distributions. *Journal of Computational Physics*, 25(2):71–93, October 1977. doi: 10.1016/0021-9991(77)90013-4.
- A. P. Kazantsev. Enhancement of a Magnetic Field by a Conducting Fluid. *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 26:1031, May 1968.
- Tomoya Kinugawa, Kohei Inayoshi, Kenta Hotokezaka, Daisuke Nakauchi, and Takashi Nakamura. Possible

- indirect confirmation of the existence of Pop III massive stars by gravitational wave. *MNRAS*, 442(4): 2963–2992, August 2014. doi: 10.1093/mnras/stu1022.
- Tomoya Kinugawa, Takashi Nakamura, and Hiroyuki Nakano. Gravitational waves from Population III binary black holes are consistent with LIGO/Virgo O3a data for the chirp mass larger than  $\sim 20 M_{\odot}$ . *MNRAS*, 504(1):L28–L33, June 2021. doi: 10.1093/mnrasl/slab032.
- Takanobu Kiriwara, Hajime Susa, Takashi Hosokawa, and Tomoya Kinugawa. Merger Conditions of Population III Protostar Binaries. *ApJ*, 950(2):188, June 2023. doi: 10.3847/1538-4357/acd1e0.
- Tetsu Kitayama and Yasushi Suto. Semianalytic Predictions for Statistical Properties of X-Ray Clusters of Galaxies in Cold Dark Matter Universes. *ApJ*, 469:480, October 1996. doi: 10.1086/177797.
- R. S. Klessen and P. Hennebelle. Accretion-driven turbulence as universal process: galaxies, molecular clouds, and protostellar disks. *A&A*, 520:A17, Sep 2010. doi: 10.1051/0004-6361/200913780.
- A. Kolmogorov. The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds' Numbers. *Akademiia Nauk SSSR Doklady*, 30:301–305, January 1941.
- Neco Kriel, James R. Beattie, Amit Seta, and Christoph Federrath. Fundamental scales in the kinematic phase of the turbulent dynamo. *MNRAS*, 513(2):2457–2470, June 2022. doi: 10.1093/mnras/stac969.
- Pavel Kroupa, Sverre Aarseth, and Jarrod Hurley. The formation of a bound star cluster: from the Orion nebula cluster to the Pleiades. *MNRAS*, 321(4):699–712, March 2001. doi: 10.1046/j.1365-8711.2001.04050.x.
- Russell M. Kulsrud and Stephen W. Anderson. The Spectrum of Random Magnetic Fields in the Mean Field Dynamo Theory of the Galactic Magnetic Field. *ApJ*, 396:606, September 1992. doi: 10.1086/171743.
- Dong Lai. Global Nonradial Instabilities of Dynamically Collapsing Gas Spheres. *ApJ*, 540(2):946–961, September 2000. doi: 10.1086/309361.
- Richard B. Larson. Numerical calculations of the dynamics of collapsing proto-star. *MNRAS*, 145:271, January 1969. doi: 10.1093/mnras/145.3.271.
- A. Lazarian and Ethan T. Vishniac. Reconnection in a Weakly Stochastic Field. *ApJ*, 517(2):700–718, June 1999. doi: 10.1086/307233.
- Jeong-Eun Lee, Seokho Lee, Michael M. Dunham, Ken'ichi Tatematsu, Minhoo Choi, Edwin A. Bergin, and Neal J. Evans. Formation of wide binaries by turbulent fragmentation. *Nature Astronomy*, 1:0172, August 2017. doi: 10.1038/s41550-017-0172.
- Wei-Ting Liao, Matthew Turk, and Hsi-Yu Schive. Large-scale Dynamo in a Primordial Accretion Flow: An Interpretation from Hydrodynamic Simulation. *ApJ*, 909(1):37, March 2021. doi: 10.3847/1538-4357/abd9b7.
- Mordecai-Mark Mac Low. The Energy Dissipation Rate of Supersonic, Magnetohydrodynamic Turbulence in Molecular Clouds. *ApJ*, 524(1):169–178, October 1999a. doi: 10.1086/307784.
- Mordecai-Mark Mac Low. The Energy Dissipation Rate of Supersonic, Magnetohydrodynamic Turbulence in Molecular Clouds. *ApJ*, 524(1):169–178, October 1999b. doi: 10.1086/307784.
- Mordecai-Mark Mac Low, Ralf S. Klessen, Andreas Burkert, and Michael D. Smith. Kinetic Energy Decay Rates of Supersonic and Super-Alfvénic Turbulence in Star-Forming Clouds. *Phys.Rev.Lett.*, 80(13): 2754–2757, March 1998. doi: 10.1103/PhysRevLett.80.2754.
- Masahiro N. Machida and Kentaro Doi. The formation of Population III stars in gas accretion stage: effects of magnetic fields. *MNRAS*, 435(4):3283–3305, November 2013. doi: 10.1093/mnras/stt1524.
- Masahiro N. Machida, Kazuyuki Omukai, Tomoaki Matsumoto, and Shu-ichiro Inutsuka. The First Jets in the Universe: Protostellar Jets from the First Stars. *ApJL*, 647(1):L1–L4, August 2006. doi: 10.1086/

- 507326.
- Masahiro N. Machida, Tomoaki Matsumoto, and Shu-ichiro Inutsuka. Magnetohydrodynamics of Population III Star Formation. *ApJ*, 685(2):690–704, October 2008. doi: 10.1086/591074.
- Mattis Magg, Ralf S. Klessen, Simon C. O. Glover, and Haining Li. Observational constraints on the survival of pristine stars. *MNRAS*, 487(1):486–490, July 2019. doi: 10.1093/mnras/stz1210.
- H. Maki and H. Susa. Dissipation of Magnetic Flux in Primordial Star Formation: From Run-away Phase to Mass-Accretion Phase. *PASJ*, 59:787–797, August 2007. doi: 10.1093/pasj/59.4.787.
- Hideki Maki and Hajime Susa. Dissipation of Magnetic Flux in Primordial Gas Clouds. *ApJ*, 609(2):467–473, July 2004. doi: 10.1086/421103.
- Ankush Mandal, Christoph Federrath, and Bastian Körtgen. Molecular cloud formation by compression of magnetized turbulent gas subjected to radiative cooling. *MNRAS*, 493(3):3098–3113, April 2020. doi: 10.1093/mnras/staa468.
- Hirohiko Masunaga and Shu-ichiro Inutsuka. A Radiation Hydrodynamic Model for Protostellar Collapse. II. The Second Collapse and the Birth of a Protostar. *ApJ*, 531(1):350–365, March 2000. doi: 10.1086/308439.
- Tomoaki Matsumoto, Kazuhito Dobashi, and Tomomi Shimoikura. Star Formation in Turbulent Molecular Clouds with Colliding Flow. *ApJ*, 801(2):77, March 2015. doi: 10.1088/0004-637X/801/2/77.
- Tomoyuki Matsumoto and Tomoaki Hanawa. Protostellar Collapse of Magneto-turbulent Cloud Cores: Shape During Collapse and Outflow Formation. *ApJ*, 728(1):47, Feb 2011. doi: 10.1088/0004-637X/728/1/47.
- Christopher F. McKee and Eve C. Ostriker. Theory of Star Formation. *ARA& A*, 45(1):565–687, September 2007. doi: 10.1146/annurev.astro.45.051806.110602.
- Christopher F. McKee, Athena Stacy, and Pak Shing Li. Magnetic fields in the formation of the first stars - I. Theory versus simulation. *MNRAS*, 496(4):5528–5551, August 2020. doi: 10.1093/mnras/staa1903.
- Norman Murray and Philip Chang. Star Formation in Self-gravitating Turbulent Fluids. *ApJ*, 804(1):44, May 2015. doi: 10.1088/0004-637X/804/1/44.
- Daisuke Nakauchi, Kazuyuki Omukai, and Hajime Susa. Ionization degree and magnetic diffusivity in the primordial star-forming clouds. *MNRAS*, 488(2):1846–1862, September 2019. doi: 10.1093/mnras/stz1799.
- Daisuke Nakauchi, Kazuyuki Omukai, and Hajime Susa. Ionization degree and magnetic diffusivity in star-forming clouds with different metallicities. *MNRAS*, 502(3):3394–3416, April 2021. doi: 10.1093/mnras/stab248.
- Ken’ichi Nomoto, Chiaki Kobayashi, and Nozomu Tominaga. Nucleosynthesis in Stars and the Chemical Enrichment of Galaxies. *ARA& A*, 51(1):457–509, August 2013. doi: 10.1146/annurev-astro-082812-140956.
- Kazuyuki Omukai. Protostellar Collapse with Various Metallicities. *ApJ*, 534(2):809–824, May 2000. doi: 10.1086/308776.
- Kazuyuki Omukai and Ryoichi Nishi. Formation of Primordial Protostars. *ApJ*, 508(1):141–150, Nov 1998. doi: 10.1086/306395.
- Paolo Padoan and Åke Nordlund. The Stellar Initial Mass Function from Turbulent Fragmentation. *ApJ*, 576(2):870–879, September 2002. doi: 10.1086/341790.
- F. Palla, E. E. Salpeter, and S. W. Stahler. Primordial star formation - The role of molecular hydrogen. *ApJ*, 271:632–641, August 1983. doi: 10.1086/161231.
- M. V. Penston. Dynamics of self-gravitating gaseous spheres-III. Analytical results in the free-fall of isothermal cases. *MNRAS*, 144:425, January 1969. doi: 10.1093/mnras/144.4.425.



- Joaquin Prieto, Paolo Padoan, Raul Jimenez, and Leopoldo Infante. Population III Stars from Turbulent Fragmentation at Redshift  $\sim 11$ . *ApJL*, 731(2):L38, Apr 2011. doi: 10.1088/2041-8205/731/2/L38.
- Lewis R. Prole, Paul C. Clark, Ralf S. Klessen, and Simon C. O. Glover. Fragmentation-induced starvation in Population III star formation: a resolution study. *MNRAS*, 510(3):4019–4030, March 2022a. doi: 10.1093/mnras/stab3697.
- Lewis R. Prole, Paul C. Clark, Ralf S. Klessen, Simon C. O. Glover, and Rüdiger Pakmor. Primordial magnetic fields in Population III star formation: a magnetized resolution study. *MNRAS*, 516(2):2223–2234, August 2022b. doi: 10.1093/mnras/stac2327.
- R. Riaz, S. Bovino, S. Vanaverbeke, and D. R. G. Schleicher. The formation of protostellar binaries in primordial minihaloes. *MNRAS*, 479(1):667–686, Sep 2018. doi: 10.1093/mnras/sty1635.
- Brant Robertson and Peter Goldreich. Adiabatic Heating of Contracting Turbulent Fluids. *ApJL*, 750(2):L31, May 2012. doi: 10.1088/2041-8205/750/2/L31.
- Kenji Eric Sadanari, Kazuyuki Omukai, Kazuyuki Sugimura, Tomoaki Matsumoto, and Kengo Tomida. Magnetohydrodynamic effect on first star formation: pre-stellar core collapse and protostar formation. *MNRAS*, 505(3):4197–4214, August 2021. doi: 10.1093/mnras/stab1330.
- Kenji Eric Sadanari, Kazuyuki Omukai, Kazuyuki Sugimura, Tomoaki Matsumoto, and Kengo Tomida. Non-ideal magnetohydrodynamic simulations of the first star formation: the effect of ambipolar diffusion. *MNRAS*, 519(2):3076–3090, February 2023. doi: 10.1093/mnras/stac3724.
- Edwin E. Salpeter. The Luminosity Function and Stellar Evolution. *ApJ*, 121:161, January 1955. doi: 10.1086/145971.
- H. Sana, S. E. de Mink, A. de Koter, N. Langer, C. J. Evans, M. Gieles, E. Gosset, R. G. Izzard, J. B. Le Bouquin, and F. R. N. Schneider. Binary Interaction Dominates the Evolution of Massive Stars. *Science*, 337(6093):444, July 2012. doi: 10.1126/science.1223344.
- D. R. G. Schleicher, R. Banerjee, S. Sur, T. G. Arshakian, R. S. Klessen, R. Beck, and M. Spaans. Small-scale dynamo action during the formation of the first stars and galaxies. I. The ideal MHD limit. *A&A*, 522:A115, November 2010. doi: 10.1051/0004-6361/201015184.
- Dominik R. G. Schleicher, Daniele Galli, Simon C. O. Glover, Robi Banerjee, Francesco Palla, Raffaella Schneider, and Ralf S. Klessen. The Influence of Magnetic Fields on the Thermodynamics of Primordial Star Formation. *ApJ*, 703(1):1096–1106, September 2009. doi: 10.1088/0004-637X/703/1/1096.
- Jennifer Schober, Dominik Schleicher, Christoph Federrath, Simon Glover, Ralf S. Klessen, and Robi Banerjee. The Small-scale Dynamo and Non-ideal Magnetohydrodynamics in Primordial Star Formation. *ApJ*, 754(2):99, August 2012. doi: 10.1088/0004-637X/754/2/99.
- Amit Seta and Christoph Federrath. Seed magnetic fields in turbulent small-scale dynamos. *MNRAS*, 499(2):2076–2086, December 2020. doi: 10.1093/mnras/staa2978.
- Piyush Sharda, Christoph Federrath, and Mark R. Krumholz. The importance of magnetic fields for the initial mass function of the first stars. *MNRAS*, 497(1):336–351, July 2020. doi: 10.1093/mnras/staa1926.
- Piyush Sharda, Christoph Federrath, Mark R. Krumholz, and Dominik R. G. Schleicher. Magnetic field amplification in accretion discs around the first stars: implications for the primordial IMF. *MNRAS*, 503(2):2014–2032, May 2021. doi: 10.1093/mnras/stab531.
- Britton D. Smith, Greg L. Bryan, Simon C. O. Glover, Nathan J. Goldbaum, Matthew J. Turk, John Regan, John H. Wise, Hsi-Yu Schive, Tom Abel, Andrew Emerick, Brian W. O’Shea, Peter Anninos, Cameron B. Hummels, and Sadegh Khochfar. GRACKLE: a chemistry and cooling library for astrophysics. *MNRAS*, 466(2):2217–2234, Apr 2017. doi: 10.1093/mnras/stw3291.

- Kimberly R. Sokal, Christopher M. Johns-Krull, Gregory N. Mace, Larissa Nofi, L. Prato, Jae-Joon Lee, and Daniel T. Jaffe. The Mean Magnetic Field Strength of CI Tau. *ApJ*, 888(2):116, January 2020. doi: 10.3847/1538-4357/ab59d8.
- P. M. Solomon, A. R. Rivolo, J. Barrett, and A. Yahil. Mass, Luminosity, and Line Width Relations of Galactic Molecular Clouds. *ApJ*, 319:730, August 1987. doi: 10.1086/165493.
- Lyman Spitzer. *Physical processes in the interstellar medium*. 1978. doi: 10.1002/9783527617722.
- Athena Stacy, Volker Bromm, and Aaron T. Lee. Building up the Population III initial mass function from cosmological initial conditions. *MNRAS*, 462(2):1307–1328, October 2016. doi: 10.1093/mnras/stw1728.
- Athena Stacy, Christopher F. McKee, Aaron T. Lee, Richard I. Klein, and Pak Shing Li. Magnetic fields in the formation of the first stars - II. Results. *MNRAS*, 511(4):5042–5069, April 2022. doi: 10.1093/mnras/stac372.
- M. Steenbeck, F. Krause, and K. H. Rädler. Berechnung der mittleren LORENTZ-Feldstärke  $\overline{\mathbf{b} \times \mathfrak{B}}$  für ein elektrisch leitendes Medium in turbulenter, durch CORIOLIS-Kräfte beeinflusster Bewegung. *Zeitschrift Naturforschung Teil A*, 21:369, April 1966. doi: 10.1515/zna-1966-0401.
- Rodion Stepanov, Anvar Shukurov, Andrew Fletcher, Rainer Beck, Laura La Porta, and Fatemeh Tabatabaei. An observational test for correlations between cosmic rays and magnetic fields. *MNRAS*, 437(3):2201–2216, January 2014. doi: 10.1093/mnras/stt2044.
- James M. Stone, Eve C. Ostriker, and Charles F. Gammie. Dissipation in Compressible Magnetohydrodynamic Turbulence. *ApJL*, 508(1):L99–L102, November 1998. doi: 10.1086/311718.
- James M. Stone, Kengo Tomida, Christopher J. White, and Kyle G. Felker. The Athena++ Adaptive Mesh Refinement Framework: Design and Magnetohydrodynamic Solvers. *ApJS*, 249(1):4, July 2020. doi: 10.3847/1538-4365/ab929b.
- Kazuyuki Sugimura, Tomoaki Matsumoto, Takashi Hosokawa, Shingo Hirano, and Kazuyuki Omukai. The Birth of a Massive First-star Binary. *ApJL*, 892(1):L14, March 2020. doi: 10.3847/2041-8213/ab7d37.
- Kazuyuki Sugimura, Tomoaki Matsumoto, Takashi Hosokawa, Shingo Hirano, and Kazuyuki Omukai. Formation of Massive and Wide First-star Binaries in Radiation Hydrodynamics Simulations. *arXiv e-prints*, art. arXiv:2307.15108, July 2023. doi: 10.48550/arXiv.2307.15108.
- Sharanya Sur, D. R. G. Schleicher, Robi Banerjee, Christoph Federrath, and Ralf S. Klessen. The Generation of Strong Magnetic Fields During the Formation of the First Stars. *ApJL*, 721(2):L134–L138, Oct 2010. doi: 10.1088/2041-8205/721/2/L134.
- Sharanya Sur, Christoph Federrath, Dominik R. G. Schleicher, Robi Banerjee, and Ralf S. Klessen. Magnetic field amplification during gravitational collapse - influence of turbulence, rotation and gravitational compression. *MNRAS*, 423(4):3148–3162, Jul 2012. doi: 10.1111/j.1365-2966.2012.21100.x.
- Hajime Susa. *The Encyclopedia of Cosmology. Volume 2: Numerical Simulations in Cosmology, Chapter 4*. 2018. doi: 10.1142/9496-vol2.
- Hajime Susa. Merge or Survive: Number of Population III Stars per Minihalo. *ApJ*, 877(2):99, June 2019. doi: 10.3847/1538-4357/ab1b6f.
- Hajime Susa, Kenji Hasegawa, and Nozomu Tominaga. The Mass Spectrum of the First Stars. *ApJ*, 792(1):32, September 2014. doi: 10.1088/0004-637X/792/1/32.
- Hajime Susa, Kentaro Doi, and Kazuyuki Omukai. Dissipation of Magnetic Fields in Star-forming Clouds with Different Metallicities. *ApJ*, 801(1):13, March 2015. doi: 10.1088/0004-637X/801/1/13.
- Yasushi Suto and Joseph Silk. Self-similar Dynamics of Polytopic Gaseous Spheres. *ApJ*, 326:527, March 1988. doi: 10.1086/166114.

- Ataru Tanikawa, Hajime Susa, Takashi Yoshida, Alessandro A. Trani, and Tomoya Kinugawa. Merger Rate Density of Population III Binary Black Holes Below, Above, and in the Pair-instability Mass Gap. *ApJ*, 910(1):30, March 2021. doi: 10.3847/1538-4357/abe40d.
- Ataru Tanikawa, Takashi Yoshida, Tomoya Kinugawa, Alessandro A. Trani, Takashi Hosokawa, Hajime Susa, and Kazuyuki Omukai. Merger Rate Density of Binary Black Holes through Isolated Population I, II, III and Extremely Metal-poor Binary Star Evolution. *ApJ*, 926(1):83, February 2022. doi: 10.3847/1538-4357/ac4247.
- Max Tegmark, Joseph Silk, Martin J. Rees, Alain Blanchard, Tom Abel, and Francesco Palla. How Small Were the First Cosmological Objects? *ApJ*, 474:1, January 1997. doi: 10.1086/303434.
- Kazuki Tokuda, Toshikazu Onishi, Kazuya Saigo, Tomoaki Matsumoto, Tsuyoshi Inoue, Shu-ichiro Inutsuka, Yasuo Fukui, Masahiro N. Machida, Kengo Tomida, Takashi Hosokawa, Akiko Kawamura, and Kengo Tachihara. Warm CO Gas Generated by Possible Turbulent Shocks in a Low-mass Star-forming Dense Core in Taurus. *ApJ*, 862(1):8, July 2018. doi: 10.3847/1538-4357/aac898.
- Kengo Tomida and James M. Stone. The Athena++ Adaptive Mesh Refinement Framework: Multigrid Solvers for Self-gravity. *ApJS*, 266(1):7, May 2023. doi: 10.3847/1538-4365/acc2c0.
- Kengo Tomida, Kohji Tomisaka, Tomoaki Matsumoto, Yasunori Hori, Satoshi Okuzumi, Masahiro N. Machida, and Kazuya Saigo. Radiation Magnetohydrodynamic Simulations of Protostellar Collapse: Protostellar Core Formation. *ApJ*, 763(1):6, January 2013. doi: 10.1088/0004-637X/763/1/6.
- Nozomu Tominaga, Nobuyuki Iwamoto, and Ken'ichi Nomoto. Abundance Profiling of Extremely Metal-poor Stars and Supernova Properties in the Early Universe. *ApJ*, 785(2):98, April 2014. doi: 10.1088/0004-637X/785/2/98.
- Matthew J. Turk, Tom Abel, and Brian O'Shea. The Formation of Population III Binaries from Cosmological Initial Conditions. *Science*, 325(5940):601, July 2009. doi: 10.1126/science.1173540.
- Matthew J. Turk, Britton D. Smith, Jeffrey S. Oishi, Stephen Skory, Samuel W. Skillman, Tom Abel, and Michael L. Norman. yt: A Multi-code Analysis Toolkit for Astrophysical Simulation Data. *ApJS*, 192(1):9, Jan 2011. doi: 10.1088/0067-0049/192/1/9.
- Matthew J. Turk, Jeffrey S. Oishi, Tom Abel, and Greg L. Bryan. Magnetic Fields in Population III Star Formation. *ApJ*, 745(2):154, Feb 2012. doi: 10.1088/0004-637X/745/2/154.
- Enrique Vázquez-Semadeni, Jorge Cantó, and Susana Lizano. Does Turbulent Pressure Behave as a Logat-rope? *ApJ*, 492(2):596–602, January 1998. doi: 10.1086/305064.
- Jacques M. Wagstaff, Robi Banerjee, Dominik Schleicher, and Günter Sigl. Magnetic field amplification by the small-scale dynamo in the early Universe. *Phys.Rev.D*, 89(10):103001, May 2014. doi: 10.1103/PhysRevD.89.103001.
- Lawrence M. Widrow, Dongsu Ryu, Dominik R. G. Schleicher, Kandaswamy Subramanian, Christos G. Tsagas, and Rudolf A. Treumann. The First Magnetic Fields. *Space Science Reviews*, 166(1-4):37–70, May 2012. doi: 10.1007/s11214-011-9833-5.
- Jonathan P. Williams, Rita K. Mann, James Di Francesco, Sean M. Andrews, A. Meredith Hughes, Luca Ricci, John Bally, Doug Johnstone, and Brenda Matthews. ALMA Observations of a Misaligned Binary Protoplanetary Disk System in Orion. *ApJ*, 796(2):120, December 2014. doi: 10.1088/0004-637X/796/2/120.
- John H. Wise and Tom Abel. Suppression of H<sub>2</sub> Cooling in the Ultraviolet Background. *ApJ*, 671(2):1559–1567, Dec 2007. doi: 10.1086/522876.
- Katharina M. J. Wollenberg, Simon C. O. Glover, Paul C. Clark, and Ralf S. Klessen. Formation sites of Pop-

- ulation III star formation: The effects of different levels of rotation and turbulence on the fragmentation behaviour of primordial gas. *MNRAS*, February 2020. doi: 10.1093/mnras/staa289.
- James Wurster, Matthew R. Bate, and Daniel J. Price. On the origin of magnetic fields in stars. *MNRAS*, 481(2):2450–2457, December 2018. doi: 10.1093/mnras/sty2438.
- Siyao Xu and A. Lazarian. Turbulent Dynamo in a Conducting Fluid and a Partially Ionized Gas. *ApJ*, 833(2):215, December 2016. doi: 10.3847/1538-4357/833/2/215.
- Siyao Xu and Alex Lazarian. Nonlinear Turbulent Dynamo during Gravitational Collapse. *ApJ*, 899(2):115, August 2020. doi: 10.3847/1538-4357/aba7ba.
- A. Yahil. Self-similar stellar collapse. *ApJ*, 265:1047–1055, February 1983. doi: 10.1086/160746.
- Naoki Yoshida, Kazuyuki Omukai, Lars Hernquist, and Tom Abel. Formation of Primordial Stars in a  $\Lambda$ CDM Universe. *ApJ*, 652(1):6–25, Nov 2006. doi: 10.1086/507978.
- Naoki Yoshida, Kazuyuki Omukai, and Lars Hernquist. Protostar Formation in the Early Universe. *Science*, 321(5889):669, Aug 2008. doi: 10.1126/science.1160259.
- L. Y. Aaron Yung, Rachel S. Somerville, Steven L. Finkelstein, Gergö Popping, Romeel Davé, Aparna Venkatesan, Peter Behroozi, and Harry C. Ferguson. Semi-analytic forecasts for JWST - IV. Implications for cosmic reionization and LyC escape fraction. *MNRAS*, 496(4):4574–4592, August 2020. doi: 10.1093/mnras/staa1800.