寡占的保険市場における均衡利得構造

三　上　和　彦

甲南経営研究　第44巻　第3・4号　抜刷
平 成 16 年 3 月

甲南経営研究　第44巻第3・4号（2004.3）

寡占的保険市場における均衡利得構造

三　上　和　彦

1　イントロダクション

2002年10月2日，三菱重工業長崎造船所で建造中の豪華客船「ダイアモンド・プリンセス」から火災が発生した。三菱重工業は建造中の船体に対して建造保険をかけており，この火災で約300億円の保険金が支払われた。しかし，この金額が保険会社1社で支払われたのではない。このように損害が大きいリスクの場合，通常保険会社1社でその保険を提供することはなく，複数の保険会社がある補償額まで分担して，そのリスクを引き受ける。このように共同で保険金を補償する制度をプール制度という。そのため，ダイヤモンド・プリンセス建造にかけられた保険で引き受けシェア最大の東京海上火災保険でもその分担割合は一割にも満たない。

プール制度によって，保険金分担割合が低くなるとはいえ，上でみたような巨大リスクに対する保険を引き受けるには，安定した資産を保険会社は保有していなければならない。保険市場は比較的完全競争に近いといわれるが，こうした巨大リスクの場合には，少数の保険会社しかプール制度に参加できないであろう。

これまでの保険市場モデルでは，Rothschild and Stiglitz（1976）に代表される完全競争，もしくは Stiglitz（1977）に代表される供給独占が仮定され，保険会社間での競争状況が単純化されている。一方，寡占的保険市場モデル

を考察しているモデルは少ない。本稿では，単純な寡占的保険市場モデルを考察する。ただし，1970年代以降の情報の経済学に発展によって，非対称情報下での分析（逆選択問題，あるいはモラル・ハザード問題）が完全競争的，あるいは独占的保険市場モデルでなされているが，本稿における寡占的保険市場モデルでは，そのような情報の非対称性は存在しないものとする。完全競争的，あるいは独占的保険市場モデルでは対称情報下における分析が容易である。特に独占的市場の場合，保険者にとって，保険契約を結ぶことでプラスのレントを得ることができないことはただちに予想される。一方，寡占的状況では，対称情報下でもその分析が容易でない。なぜならば，各保険会社は共同で保険を引き受けるにしても，少しでも自社に有利となるような保険契約を提示しようとするために，保険会社間で競争が生じる。この競争の結果，被保険者はプラスのレントを得る可能性がある。本稿では，特に被保険者が保険契約を結ぶことで得られるレントに注目する。

本稿で考察する寡占的保険市場モデルは，一般に共通エージェンシーの問題として定式化される。ほとんどの共通エージェンシー問題は対称情報下で議論されている（Bernheim and Whinston（1986b），Laussel and Le Breton（2001））[（1）]。本稿のモデルも基本的に対称情報下での共通エージェンシー・モデルであるが，「保険」問題を取り扱うため，プレイヤーが得る利得は確率的になる点が従来のモデルとは異なる。

本稿での目的は Laussel and Le Breton（2001）のモデルを確率的な利得の場合に拡張することである。彼らは共通エージェンシー問題の非協力解の性質が，そのゲームから導かれる協力ゲームの解の性質によって特徴づけられることを示した。特に，エージェントの均衡利得がゼロとなる条件が，その

（1） 非対称情報下での共通エージェンシー問題については，例えば Bernheim and Whinston（1986a）（モラル・ハザード問題），Martimort and Stole（2002）（逆選択問題）などを参照せよ。日本語の文献では伊藤（2003）がある。

導かれた協力ゲームのコアが非空となることを示した。なぜこの均衡利得に注目するかというと，対称情報下では，エージェントにプラスのレントを残さないようにプリンシパルの契約が設計されるであろうという直観があるからである。しかし，一般的には，エージェントの均衡利得がゼロとなる均衡以外にも均衡は存在する。そうした均衡の下では，エージェントはプラスのレントを得ている。これは，プリンシパル間の競争によるものであると解釈することができる。本稿では，確率的な利得をプレイヤーが受け取る場合，エージェントが均衡でゼロのレントを得る条件を考察する。

本稿の構成は以下の通りである。次節において，まず寡占的保険市場モデルを定式化し，さらにこれまで明らかにされている確定的な利得の場合の均衡利得構造について結果を紹介する。そこでの方法論を用いて以降の分析を行う。3節では，確率的な利得の場合を扱う。最後に本稿で得られた結論と将来の拡張について述べる。

2 寡占的保険市場

複数の保険者がある特定の個人あるいは企業に対して保険契約を提供する状況を考える。$N=\{1,...,p\}$ を保険者（プリンシパル）の集合，被保険者（エージェント）をインデックス0を用いてプリンシパルと区別する。A をエージェントがとることのできる行動の集合とする。エージェントが選択した行動はエージェント本人だけでなく，プリンシパルの利得にも影響を与える。関数 $u_i : A \rightarrow \mathbb{R}, i=1,...,p$ をプリンシパル i の貨幣単位の（粗）効用関数，関数 $u_0 : A \rightarrow \mathbb{R}$ をエージェントの貨幣単位の効用関数とする。個人0は将来において損失を被る可能性があり，確率変数 X で，その損失の大きさを表す。簡単化のために，将来起こりうる可能な状態数は二つとし，それぞれを k_1（事故），k_2（無事故）とすると，

$$X=\begin{cases} d & k_1\text{が実現したとき} \\ 0 & k_2\text{が実現したとき} \end{cases}$$

となる。一方，保険会社自身は全くリスクを抱えていないとする[2]。

ゲームのタイミングは次のようなものとする。各保険会社は，個人０に対する保険契約を独立かつ同時に提示する。個人０は提示された保険契約を観察して，その保険パッケージを受け入れるか否かを決定する。個人０は提示された保険契約の一部のみを受け入れることはできないとする。この仮定は参加している保険会社が比較的少数であり，かつ個人０の抱えるリスクが比較的巨大で，保険者の一部によってそのリスクを補償することが不可能である状況を表している。もし提示された保険パッケージが受け入れられれば，その保険契約に従って，イベントが確定する前に確定的な金銭のトランスファーが保険会社と個人との間でなされる。もし個人がその保険パッケージを拒否したならば，その個人は保険なしでそのリスクに直面することとなり，また保険会社にとっては何ら保険取引が発生しないため，そのときは利得０を得るとする。

以上の寡占的保険市場モデル（以後保険ゲームと呼ぶ）は一般的には共通エージェンシー問題

$$\Gamma\equiv\{A, u_0, \ldots, u_p\}$$

として定義される。

本稿においては対称情報の場合のみを取り扱う。したがって，保険会社は立証可能な個人０の行動 a に基づいた保険契約を提示することが可能である。

保険市場において各プレイヤーが受け取ることのできる利得は確率変数となるが，その分析は次節において行う。その前に，比較のために仮に非確率的な利得となる場合を一般的なプリンシパル－エージェント・モデルの枠組

（２） したがって，保険会社自身が抱えるリスクの交換（再保険）はここでは考察の対象外である。

みで考察しておこう。

2.1　確定的利得の場合

この節では確定的な利得を各プレイヤーが得ることができる場合の均衡利得の構造についての議論を Bernheim and Whinston（1986b）および Laussel and Le Breton（2001）に従って紹介する。

各プリンシパル $i, i=1,...,p$ の戦略を $T_i : A \to \mathbb{R}_+$ とする。$T_i(a)$ はプリンシパルからエージェントへのトランスファーである。したがって，エージェントが a を選択したときのプリンシパルの純利得は

$$U_i(a)=u_i(a)-T_i(a)$$

となる。

一方，エージェントは，プリンシパルから提示された契約 $T=(T_1,...,T_p)$ を所与として，エージェントの利得を最大にするように行動 a を選択する。最適な行動は，したがって，

$$M(T) \equiv \arg\max_{a \in A}\left[\sum_{i \in N} T_i(a)+u_0(a)\right]$$

に属している。

戦略の組（T^*, a^*）は次のときナッシュ均衡である。

1. $a^* \in M(T^*)$.
2. $U_i(a)>U_i(a^*)$ となる $i \in N, T_i : A \to \mathbb{R}_+, a \in M(T_i, T^*_{-i})$ が存在しない。

また，プリンシパルの戦略 T_i は，次のとき，$\tilde{a}$ に対して誠実であるという：すべての $a \in A$ に対して，$U_i(a)=U_i(\tilde{a})$ あるいは $U_i(a)<U_i(\tilde{a})$ and $T_i(a)=0$。

Bernheim and Whinston（1986b）はナッシュ均衡を精緻化するために，次の条件を課した。

定義 2.1.（T^*, a^*）が誠実な均衡であるとは，

1.（T^*, a^*）がナッシュ均衡である。

2. 任意の $i \in N$ に対して，T^* が a^* に対する誠実な戦略である。

の両方が成立することである。

以後，均衡とは誠実な均衡を意味するものとする。

Laussel and Le Breton（2001）は非協力解の性質が保険ゲームから導出されるある特定の協力ゲームの解の性質によって説明されることを示した。彼らの議論を紹介するための準備を次に行う。

保険者の部分集合を $S \subseteq N$ としたとき，$W_\Gamma(S)$ を

$$W_\Gamma(S) \equiv \max_{a \in A}\left[\sum_{i \in S} u_i(a) + u_0(a)\right]$$

と定義する。すなわち，$W_\Gamma(S)$ はエージェントを含めた提携 $S \cup \{0\}$ における最高の共同利得である。この定義より，$W_\Gamma(\emptyset) \equiv \max_{a \in A} u_0$ となり，この値は保険ゲームにおいて，エージェントが保険を利用することなく受け取ることのできる最高の利得を表しており，エージェントの留保効用と考えることができる。また，提携 $S \cup \{0\}$ を所与としたときの $A^*_\Gamma(S)$ を

$$A^*_\Gamma(S) \equiv \operatorname*{argmax}_{a \in A}\left[\sum_{i \in S} u_i(a) + u_0(a)\right]$$

と定義する。エージェントが採る行動 a は $a \in A^*_\Gamma(N)$ のとき，効率的であるという。すなわち，全体提携 $N \cup \{0\}$ が形成されているときの最高の共同利得をもたらすようなエージェントの行動が効率的である。

均衡利得の性質を明らかにするために

$$U_\Gamma \equiv \{u \in \mathbb{R}^p : \sum_{i \in S} u_i \leq W_\Gamma(N) - W_\Gamma(N \backslash S) \text{ for all } S \in 2^N$$

$$\tilde{U}_\Gamma \equiv \{u \in \mathbb{R}^p : u \in U_\Gamma \text{ and } \nexists\, u' \in U_\Gamma \text{ such that } u' \geq u\}$$

と定義する。$\tilde{U}_\Gamma$ は U_Γ のパレート効率フロンティアである。

Bernheim and Whinston（1986b）は，すべての均衡において，エージェン

トは $a^* \in A^*_\Gamma(N)$ を選択し，プリンシパルはパレート効率的な利得を得，また，すべてのパレート効率的な利得ベクトル $u \in \tilde{U}_\Gamma$ はある均衡によって支持されることを示した。

次に Laussel and Le Breton（2001）の議論を紹介する。まず，Bernheim and Whinston（1986b）により，$u \in \tilde{U}_\Gamma$ と次の条件は同値である。

- （条件１）$u \in U_\Gamma$。
- （条件２）任意の $i \in N$，に対して

$$\sum_{j \in S} u_j = W_\Gamma(N) - W_\Gamma(N \backslash S)$$

となる提携 $S \subseteq N$, $i \in S$ が存在する。

この十分性は次のように示される。u が上の２つの条件を満たすが，$u \notin \tilde{U}_\Gamma$，つまり u はパレート効率的ではないとする(3)。すると，$\tilde{u} > u$ となる利得ベクトル $\tilde{u} \in U_\Gamma$ が存在する。例えば，プリンシパル１に関して，$\tilde{u}_1 > u_1$ とする。また別の利得ベクトルを $\hat{u} = \{\tilde{u}, u_2, \ldots, u_p\}$ と定義する。$\tilde{u} \in U_\Gamma$ かつ $\hat{u} \leq \tilde{u}$ より，$\hat{u} \in U_\Gamma$。したがって，任意の部分集合 S について，

$$\sum_{i \in S} \hat{u}_i \leq W_\Gamma(N) - W_\Gamma(N \backslash S)$$

が成立する。しかし，$\hat{u}$ の定義より，任意の部分集合 $S_1 \ni 1$ について，

$$\sum_{i \in S_1} u_i < \sum_{i \in S} \hat{u}_i \leq W_\Gamma(N) - W_\Gamma(N \backslash S)$$

が成立し，これは（条件２）に反する。したがって，u が（条件１）と（条件２）を満たすならば，その u はパレート効率的である。

この結果を使って，均衡利得 u が満たす条件を導出する。U_Γ の定義より，

$$u \in U_\Gamma \Leftrightarrow W_\Gamma(N) - \sum_{i \in N} u_i \geq W_\Gamma(N \backslash S) - \sum_{i \in N \backslash S} u_i \text{ for all } S \subseteq N$$

であり，また，$u \in U_\Gamma$ である二番目の条件は，次の条件と同値である：任

（３） 以降の証明は伊藤（2003）による。

意の $i \in N$ に対して

$$W_\Gamma(N)-\sum_{i\in n}u_i=W_\Gamma(N\backslash S)-\sum_{i\in N\backslash S}u_i$$

となる $S \subseteq N$, $i \in S$ が存在する。したがって，$u \in \widetilde{U}_\Gamma$ ということと，u が次の連立方程式の解であることは同値である。

$$W_\Gamma(N)-\sum_{i\in N}u_i=\max_{S\in\widetilde{\Psi}_i}\left(W_\Gamma(S)-\sum_{i\in S}u_i\right),\ i=1,\ldots,p \qquad (1)$$

ここで，$\widetilde{\Psi}_i \equiv \{S \subseteq N : i \notin S\}$ である。p 本の連立方程式 (1) は基本方程式といわれ，左辺はエージェントの均衡利得，右辺はエージェントがプリンシパル i からの提示を受け入れなかったときに得ることのできる最高の利得を表している。

Laussel and Le Breton（2001）はエージェントの均衡利得がゼロとなる均衡存在の必要十分条件が，保険ゲーム Γ から導かれた協力ゲームのコアが存在することであることを明らかにした。これは次にように示される。u を $W_\Gamma(N)-\sum_{i\in N}u_i=0$ となるような均衡利得ベクトルとする。すると，すべての $S \subseteq N$ に対して $W_\Gamma(S)-\sum_{i\in S}u_i\leq 0$ となる。したがって，u は協力ゲーム $W_\Gamma(N)$ のコアの条件を満たすので，協力ゲーム $W_\Gamma(N)$ のコアは非空である。つまり，すくなくともゲーム Γ の均衡利得でかつエージェントの均衡利得がゼロとなる u が $W_\Gamma(N)$ のコアの要素となる。逆に $W_\Gamma(N)$ のコアが非空であり，その要素の一つを $u \in C(W_\Gamma)$ とする。すると，その u はコア配分であるので，$W_\Gamma(N)-\sum_{i\in N}u_i=0$，かつ，すべての $S \subseteq N$ に対して，$W_\Gamma(S)-\sum_{i\in S}u_i \leq 0$ を満たす。ここでプレイヤーの提携の集合 $(S_1,\ldots,S_p)=(\emptyset,\ldots,\emptyset)$ を考えると，u は基本方程式の解である。したがって，u はゲーム Γ の均衡利得となる。[4]

3　確率的利得の場合

再び保険ゲームにおけるプレイヤーが受け取る利得が確率変数となる場合に戻る。

各保険者 i, $i=1,\ldots,p$ の戦略は $T_i:A\to\mathbb{R}^2_+$ とし，$T_i(a)$ を保険者 i から提示された保険契約と呼ぶ。$T_i(a)=(T_i^1(a), T_i^2(a))$ は被保険者が保険者からの保険パッケージ $T=(T_1,\ldots,T_p)$ を受け入れたとき $(a=AC)$，保険者から被保険者への純トランスファーであり，T_i^1 は事故が起きたときの保険者から被保険者への純トランスファー[5]，T_i^2 は事故が起きなかったときの被保険者から保険者への純トランスファー（保険プレミアム）である。また，被保険者が提示された保険パッケージを拒否した場合 $(a=RE)$ は，$T_i^1(a)=T_i^2(a)=0$ となる。

前節での Laussel and Le Breton（2001）の方法と同様に，まず保険ゲーム Γ より自然に導かれる協力ゲームを構築する。しかし，たとえエージェントの行動が決定された後でも，プレイヤーが受け取る利得は確率的であるので，単純にプレイヤーの利得合計というものを考えることはできないことに注意する。つまり構築される協力ゲームは確率的となる[6]。そこで，すべてのプレイヤーは期待効用仮説に従って行動すると考える。すると，被保険者が保険パッケージ T を受け入れたときの期待効用は

$$E(U_0(AC))=\pi u_0\left(AC:-d+\sum_{i\in N}T_i^1(AC)\right)+(1-\pi)u_0\left(AC:-\sum_{i\in N}T_i^2(AC)\right)$$

（4）　さらに彼らは，すべての均衡において，エージェントのレントがゼロとなる十分条件も示した。

（5）　つまり $T_i^1(a)$ は（保険金額）－（保険プレミアム）である。

（6）　一般的な確率的協力ゲームについては Suijs and Borm（1999）あるいは Suijs（2000）を参照せよ。

となる。ここで π は事故が起こる確率である。また，保険をかけなかった場合の被保険者の期待効用は

$$E(U_0(RE))=\pi u_0(RE:-d)+(1-\pi)u_0(RE:0)$$

となる。一方，各保険者 i はリスク中立的であり，したがって，期待利得

$$E(U_i(AC))=\pi(-T_i^1(AC))+(1-\pi)T_i^2(AC)$$

を最大にするように保険契約 $T_i(a)$ を設計する。

また，誠実な戦略は期待値のタームで表現すると，次のように定義される：すべての $a\in A$ に対して，$E(U_i(a))=E(U_i(\tilde{a}))$ あるいは，$E(U_i(a))<E(U_i(\tilde{a}))$ かつ $T_i(a)=(0,0)$ ならば，保険者 i の保険契約 T_i は $\tilde{a}$ に対して誠実である。

プレイヤーは期待効用を最大にするように行動すると仮定することによって，保険者の提携 $S\subseteq N$ と被保険者を含めた提携によって得られる共同期待効用を考えることができ，それを

$$SG_{\Gamma}(S)\equiv\max_{a\in S}\left[\sum_{i\in S}E(U_i(a))+E(U_0(a))\right]$$

とする。

保険ゲーム Γ より導かれる協力ゲームを $SG_{\Gamma}(S)$, $S\subseteq N$ とする。プレイヤーが受け取る利得は確率的であるが，プレイヤーがそれを期待効用で評価する限り，任意の提携による価値はただ１つ決まり，提携内でプレイヤーは期待効用について，その配分を決定する。

また，$A^*_{\Gamma}(S)=\arg\max_{a\in A}[\sum_{i\in S}E(U_i(a))+E(U_0(a))]$ は，被保険者が保険パッケージを受け入れるか否かの決定しか行うことができないので，被保険者の期待効用が負とならない限り，任意の $S\subseteq N$ に対して，$A^*_{\Gamma}(S)=\{AC\}$ である。したがって，後は前節で議論した確定的な利得の場合と同様にして分析を進めることができる。ただし，エージェントのゼロ・レントは保険なし

で得る期待効用に相当することに注意する。前節と異なる概念をまとめておくと，$E_{SG\Gamma}$ を

$$E_{SG\Gamma}=\{e\in\mathbb{R}^{p}\mid SG\Gamma(N)-SG\Gamma(N\setminus S)\ \text{for all}\ S\in 2^{N}\},$$

$\widetilde{E}_{SG\Gamma}$ を

$$\widetilde{E}_{SG\Gamma}=\{e\in\mathbb{R}^{p}\mid e\in U_{SG\Gamma},\nexists\ e'\in U_{SG\Gamma}\ \text{such that}\ e'\geq e\}$$

とする。$e\in U_{SG\Gamma}$ はパレート効率的な期待効用の配分である。

基本方程式は

$$SG\Gamma(N)-\sum_{i\in N}e_i=\max_{S\in\widetilde{\Psi}_i}\left(SG\Gamma(S)-\sum_{i\in S}e_i\right)$$

となる。

したがって，保険なしで得られる期待効用と等しい均衡の存在条件は，その保険ゲームより導かれる確率的協力ゲームのコアが非空であることである。

4　結　　論

本稿では，寡占的保険市場において，特に被保険者の均衡利得の構造について考察した。そこでは Laussel and Le Breton（2001）の議論が確率的な利得の場合にも拡張可能であることが明らかにされた。しかしながら，これまでの膨大な研究結果が示しているように，保険設計において問題となるのは，情報の非対称性である。本稿の結果は，非対称情報下での寡占的保険市場モデルのベースとなるものである。なぜなら，少なくとも被保険者は対称情報下でのレントを非対称情報下でも得ることができるからである。逆選択やモラル・ハザードの問題を含めた分析は将来の課題としたい。

参 考 文 献

Bernheim, Douglas and Michael D. Whinston (1986a) “Common Agency.” *Econometrica.* Vol. 54. pp. 923-942.

Bernheim, Douglas and Michael D. Whinston (1986b) “Munu Auctions, Resourc Allocation, and Economic Influence.” *Quarterly Journal of Economics.* Vol. 101. pp. 1-31.

Laussel, Didier and Michel Le Breton (2001) “Conflict and Cooperation: The Structure of Equilibrium Payoffs in Common Agency.” *Journal of Economic Theory.* Vol. 100. pp. 93-128.

Martimort, David and Lars Stole (2002) “Common Agency Equilibria with Discrete Mechanisms and Discrete Types.” Mimeo.

Rothschild, Michael and Joseph Stiglitz (1976) “Equilibrium in Competitive Insurance Markets: An Essay on the Economics of Imperfect Information.” *Quarterly Journal of Economics.* Vol. 90. pp. 629-649.

Stiglitz, Joseph E. (1977) “Monopoly, Non-linear Pricing and Imperfect Information: The Insurance Market.” *Review of Economic Studies.* Vol. 44. pp. 407-430.

Suijs, Jeroen and Peter Borm (1999) “Stochastic Cooperative Games: Superadditivity, Convexity, and Certainty Equivalents.” *Games and Economic Behavior*. Vol. 27. pp. 331-345.

Suijs, Jeroen (2000) *Cooperative Decision-Making under Risk*. Boston: Kluwer Academic Publishers.

伊藤秀史(2003)『契約の経済理論』有斐閣。