

## 琵琶絹弦の横圧縮力に対する弾性変形

田口 友康<sup>1</sup>、藤田 浩行<sup>2</sup>、藤内 鶴了<sup>3</sup>

<sup>1)</sup> 情報システム工学科、<sup>2)</sup> 兵庫県立工業技術センター、<sup>3)</sup> 琵琶演奏家

(受理日 2006年4月15日)

### 1 はじめに

この論文は、邦楽器の琵琶に使用される絹弦の機械特性に関して、特に弦の横方向加重に対する断面形状の変形に関する測定結果の報告である。なお弦楽器の「いと・糸」を表す語には弦と絃があるが、ここでは弓偏の弦を用いる。

一般に弦楽器の発音は、ある張力を掛けてある弦長に保持した弦に対して擦弦または撥弦という手段により弦軸に垂直な方向へ周期的な振動を発生させ、その機械振動を響板を介して空気振動に変換する、という原理によっている。以下、弦軸に垂直な方向への弦振動を弦の横振動という。

張力を掛けて弦を保持する両支持端のうち、生じた機械振動を響板を成す表板へ伝達する側の支持端はふつう駒 (bridge) と呼ばれるが、これは通常薄い表板の上に立てる形の支持部材をさす。琵琶の場合、駒の機能を担う部材は図1に示す形のもので、覆手と呼ばれる。覆手は楽器の縁に近いところに設置され、庇状に張り出した部材で弦を支持する。そして庇下に立てた支柱 (覆手支柱) を介して弦振動を表板へ伝達する。覆手がこのような形状と設置位置を有する理由は、琵琶が持つ厚い表板の音響特性との関連に求められるであろう。

弦を保持するもう一方の支持端、すなわち糸巻側の支持端は琵琶の場合は鳥口または調べ口、三味線の場合は上駒と呼ばれる。

さて、琵琶、三味線の撥弦には「さわり」とよぶ一種の付加機構を併用するところに他の多くの弦楽器と異なる特徴を有する。さわりとは、琵琶の鳥口または調べ口、三味線の

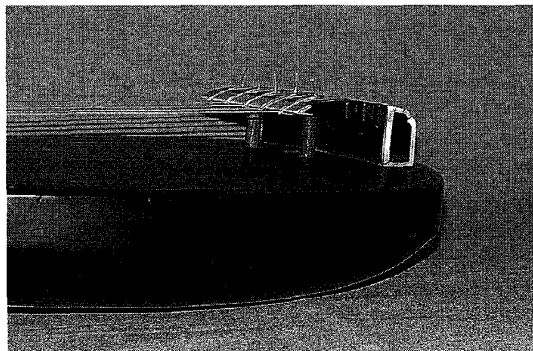


図1 覆手 (筑前五弦 鶴崎鎮助作)

上駒側に施されたある種の仕組みで、弦の横振動により弦が当該部分に接触離反するように弦の「真の固定端」に隣接して形成されたものである。琵琶においては、さらに柱（じゅう、fret）にも同様な仕組みを持たせている。

図2は琵琶と三味線のさわりを、弦の接触離反部分の構造を単純化して表した模式図である。破線の楕円で囲まれた部分において弦の接触離反が生じるのであるが、その機構の実質的な大きさは琵琶の場合数ミリメートル程度である。図2（A）は琵琶の鳥口・調べ口上のさわり、同（B）は琵琶の柱上のさわりの模式図を表す。柱上のさわりの場合、さわりの面の勾配は鳥口・調べ口側に透き間が開くように取られる。演奏時に指による押弦で弦の振動側、すなわち覆手側に透き間を形成するのである。また同（C）は三味線におけるさわりの模式図を示す。さわりは一の糸（最も太い弦）に対してのみ作用するように作られる。すなわち一の糸のみは上駒から外してあり、振動時に図中の小さい溝（さわりの谷）を隔てた反対側の縁（さわりの山）に接触する仕組みとなっている。

以上が琵琶と三味線のさわりの仕組みの簡単な説明である。実際のさわりには琵琶、三味線それぞれの楽器に特有の細部の造りが伴っていて、また一口に琵琶のさわりといっても薩摩琵琶、筑前琵琶などの系統ごとの違いがあるが、ここではそれらの具体的な形状および材料に関する説明は省略する。詳細は吉川[1]、安藤[2]、藤内[3]を参照されたい。

さわりはこのような構造をもつので、振動する弦がその個所において接触離反を繰り返すことにより弦に高周波の振動を励起する。この高周波振動を伴う弦振動が琵琶、三味線の楽音に独特の音色を作り出す。

上記の模式図に見られる通り、さわりの働きは本質的に弦に対する片側拘束である。振動する弦がさわりに接触した状態では、弦とさわりとの接触面で両者は接触圧により相応の変形を生じ、それに伴う反力が生じると考えられる。したがって、さわり機構を持つ楽器の弦振動を動学的に解析するためには、片側拘束に由来する反力を知る必要がある。

そこで本研究では、図3に示すように弦に対する横方向圧縮力と円形状断面の直径方向の変形量との関係を求めることを問題として、両者の数量的な関係を測定した。ただし、加重に伴い弦断面は円形状から離れて行くので、測定される対象を断面円の直径と称する

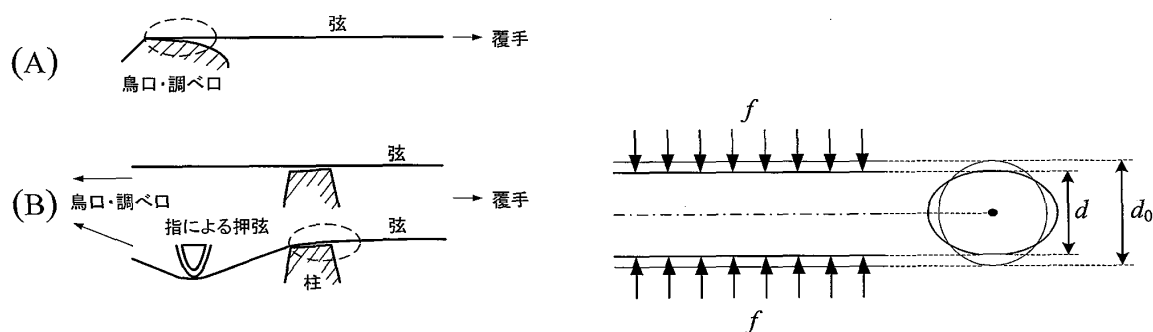


図2 さわりの模式図3種

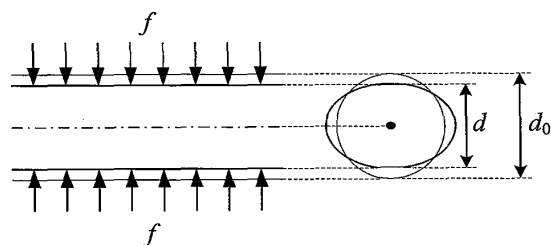


図3 弦の横方向圧縮

$f$  : 圧縮力、 $d_0$  : 無圧縮時の厚さ、  
 $d$  : 圧縮力  $f$  を加えたときの厚さ

のは適切でない。以下では、図に示す状況において試料の幅  $d$  を「厚さ (thickness)」と呼び、とくに無圧縮時の厚さを  $d_0$  で表す。

## 2 弦試料と測定法

測定に供した絹弦は琴三弦特殊撚糸製造の丸三ハシモト(株)製のもので表1に示す6種類の弦である。本論文では、これらを琵琶に装着する順序に合わせ、低音側から記号A、B、C、D、E、Fで呼称する。ただし五弦琵琶の場合は第2弦を最低音弦とするので、記号Bを付した弦が最も太い。またそこに記した線径とはA～F各弦のおおよその太さを示すためのもので、その数値には後出の表2に掲載した  $d_0$  のそれぞれ2試料の平均を丸めて使った。弦BとEを図4に示す。

測定はカトーテック(株)製の自動圧縮試験機 KES-FB3 AUTO-A によった。本機の2枚の円形圧縮板(直径 1.596 cm、圧縮面積 2 cm<sup>2</sup>)の中心を通るように弦の試料を直線状に挟み、これを変位速度 0.02 mm/s で約 100 gf まで加重し、その後同速度で除荷する方法により、加重対厚さのデータを採取した。1種類の弦につき2箇所を無作為に測定した。試料には表1の注3.に記した名前をつけた。

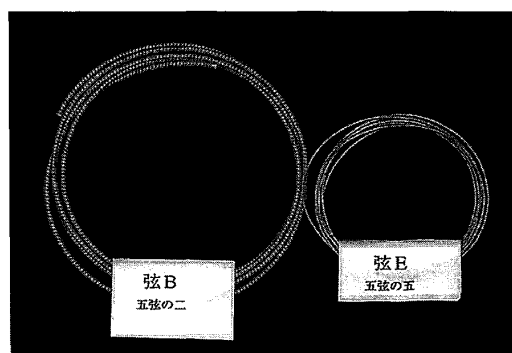


図4 弦試料BおよびE

表1 測定に供した絹弦

記号	番号	線径	線密度	用 途
A	48 番	1.35	1.41	五弦の一、四弦の一
B	58 番	1.45	1.67	五弦の二
C	32 番	1.02	0.72	五弦の三、四弦の二
D	25 番	0.82	0.48	五弦の四
E	20 番	0.71	0.29	五弦の五
F	18 番	0.72	0.30	四弦の三、四

注1. 線径の単位は mm、線密度の単位は g/m。いずれも概略値を示す。

注2. A 五弦の一とは五弦琵琶(筑前)一の弦の意。他も同様。B 五弦の二の弦が最低音弦であって、最も太い。

注3. 各弦から無作為に2箇所を選んで測定した。それらの試料には表左欄の記号に枝番号をつけた名前を与える。例えば A-1、A-2 は 48 番弦の2つの試料を示す。

### 3 結果

測定結果を、圧縮力  $f$  を縦軸に、厚さ  $d$  を横軸に取った力-変位関係のグラフに表示して、本文末にまとめて掲げる。それらのグラフにおいて、実線は圧縮力の増加時の挙動を、また破線は減少時の挙動を示している。図に見られる通り、圧縮力の増加・減少に関して幾分かの履歴効果があることがわかる。

なお、圧縮力  $f$  が大きくなった状態では厚さ  $d$  の変化が小さくなり、ある範囲までの増分圧縮力  $\delta f$  に対して増分厚さ  $\delta d$  の読み取りが機器の測定限界以下となることが生じた。すなわち、圧縮力が  $f' \sim f' + \delta f'$  の値をとる間、厚さ  $d$  が一定というデータが出力された。出力データ系列に含まれるこのよう部分系列に対して、 $f = (f' + f' + \delta f')/2.0$  を  $d$  に対応させるというデータ処理により、得られた全データ系列が  $(f, d)$  の滑らかな対応関係を表すようにした。付図のグラフは、いずれもこのデータ処理を行った結果を表示したものである。

**数値的検討** 全12枚のグラフに見られる特徴を以下に要約する。ここで、 $f$  を  $d$  の関数  $f = F(d)$  と表したとき、 $F(d)$  の  $d$  についての微分の符号を変えた量  $-F'(d)$  が弦の横圧縮に対する剛性を与えることに注意する。

さて、圧縮が実質的に進行するときの  $d$  と  $f$  との間の依存関係は、A-2 と D-1 の2例を除く試料について、図5に示すように概ね直線状の第1域と第3域、およびこの両者に挟まれた曲線状の第2域の3領域に分割できる。ここで第3域の左端  $d_3$  は今回の測定における最圧縮時の厚さである。さらに、第1域の右側に対応する部分にもデータが存在するが、この部分は実質的に圧縮が進む前の状態と解釈されるのでこれを前駆域と名づける。前駆域についてはこの後で詳しく述べる。

図5の一般形に該当しない2つのケースのうち、A-2では第1域と第2域の境が判然とせず、D-1では第1域がほとんど見らない。なおこの2例以外で、A-1およびC-1は前駆域を持たないように描かれているが、これは第1域の幅が相対的に大きく、前駆域に対応する部分がグラフの右側に出たためである。

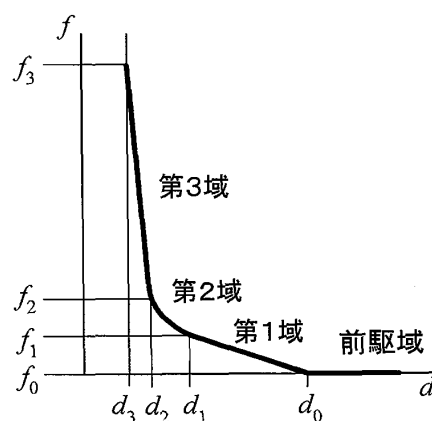


図5 弦の横圧縮特性の4区分域模式化

(0) 前駆域。 $f$ がほとんど0のまま $d$ が大きく変化する。実は多くの場合、測定された出力の生データの系列はグラフの横軸の右側限界を超えたところから始まっているのであるが、ほとんど $f=0$ であるのでグラフ化するときに適当にカットしたのである。前駆域は、測定試料に存在する曲がり癖、無圧縮時の厚さの局所的な不揃い、弦表面の局所的な凹凸（弦の撚りに由来する）などの不均一性が圧縮板に挟まれて加圧されるとともに平坦化される領域であると考えられる。この領域は、真に一樣な円形断面の理想弦において圧縮以前の $d$ の領域に対応すること、言い換えれば前駆域の終了点 $d_0$ が弦の自然状態における平均的な厚さを表すと見るのが適当であろう。よって、以下ではこの $d_0$ をその試料の無圧縮時の厚さ $d_0$ と見なすことにする。その値はB-1では1.4322 mm、B-2では1.4722 mm ということになる。

(1) 第1域。A-2とD-1を除く試料について、測定データから $\{d_0, d_1, f_0=0, f_1\}$ を読み取り、それらの数値から厚さの変化幅 $\Delta d_1 = d_0 - d_1$ 、圧縮力の変化幅 $\Delta f_1 = f_1 - f_0$ 、およびこの区間にわたる平均剛性 $\Delta f_1 / \Delta d_1$ を求めた。その結果を表2に示す。ただし表には $f_0, f_1$ を掲出していない。因みに、 $\Delta d_1$ の線径 $d_0$ に対する比の最大値はE-1の20.4%、最小値はB-1の3.9%である。

(2) 第2域。この領域で剛性は顕著に上昇する。上昇量については次の第3域を見よ。

(3) 第3域。第1域と同様にこの領域での $f$ の変化が直線的であると見なし、12試料すべての平均剛性を求めた。結果は表3の通りである。この領域での平均剛性は第1域のそれに比べ、Bで20倍、Fで400倍程度増大する。

以上に求めた平均剛性を単位長さあたりの数値に換算し、MKS単位で表示すると、表4の通りとなる。同表には第3域の開始厚さ $d_2$ と無圧縮時の厚さ $d_0$ との比 $d_2/d_0$ を付した。

表2 第1域における平均剛性 $\Delta f_1 / \Delta d_1$

試料	$d_0$	$d_1$	$\Delta d_1$	$\Delta f_1$	$\Delta f_1 / \Delta d_1$
B-1	1.4322	1.3760	0.0562	8.54	$1.52 \times 10^2$
B-2	1.4722	1.3477	0.1245	24.95	$2.00 \times 10^2$
A-1	1.3900	1.2582	0.1318	9.67	$0.73 \times 10^2$
A-2	1.3187	—			
C-1	1.0376	0.9302	0.1074	7.23	$0.673 \times 10^2$
C-2	0.9963	0.9353	0.0610	4.10	$0.672 \times 10^2$
D-1	0.7943	—			
D-2	0.8441	0.7904	0.0537	3.32	$0.618 \times 10^2$
E-1	0.7300	0.5812	0.1488	3.42	$0.230 \times 10^2$
E-2	0.6977	0.6241	0.0756	3.22	$0.426 \times 10^2$
F-1	0.7276	0.6251	0.1025	1.66	$0.162 \times 10^2$
F-2	0.7178	0.5934	0.1244	1.55	$0.125 \times 10^2$

注1.  $\Delta d_1 = d_0 - d_1$ 、 $\Delta f_1 = f_1 - f_0$ 。ただし $f_1, f_0$ の値は表に記載していない。

注2. 長さの単位はmm、力の単位はgf。

表3 第3域における平均剛性  $\Delta f_3/\Delta d_3$ 

試料	$d_2$	$d_3$	$\Delta d_3$	$\Delta f_3$	$\Delta f_3/\Delta d_3$
B-1	1.3516	1.3297	0.0219	57.92	$2.64 \times 10^3$
B-2	1.3355	1.3233	0.0122	47.76	$3.91 \times 10^3$
A-1	1.2363	1.2241	0.0122	56.98	$4.67 \times 10^3$
A-2	1.2406	1.2309	0.0097	56.69	$5.84 \times 10^3$
C-1	0.8960	0.8838	0.0122	61.23	$5.02 \times 10^3$
C-2	0.9084	0.8962	0.0122	80.42	$6.59 \times 10^3$
D-1	0.7772	0.765	0.0122	64.50	$5.29 \times 10^3$
D-2	0.7856	0.7709	0.0147	83.54	$5.68 \times 10^3$
E-1	0.5690	0.5568	0.0122	68.95	$5.65 \times 10^3$
E-2	0.5777	0.5583	0.0194	75.59	$3.90 \times 10^3$
F-1	0.5738	0.5641	0.0097	60.01	$6.19 \times 10^3$
F-2	0.5763	0.5641	0.0122	70.37	$5.77 \times 10^3$

注1.  $\Delta d_3 = d_2 - d_3$ 、 $\Delta f_3 = f_3 - f_2$ 。ただし  $f_3$ 、 $f_2$  の値は表に記載していない。

注2. 長さの単位は mm、力の単位は gf。

表4 単位長さあたりの平均剛性

試料	第1域	第3域
B-1	$9.33 \times 10^4$	$1.62 \times 10^6$ (0.943)
B-2	$12.30 \times 10^4$	$2.40 \times 10^6$ (0.907)
A-1	$4.48 \times 10^4$	$2.87 \times 10^6$ (0.889)
A-2	—	$3.59 \times 10^6$ (0.940)
C-1	$4.13 \times 10^4$	$3.08 \times 10^6$ (0.864)
C-2	$4.13 \times 10^4$	$4.05 \times 10^6$ (0.912)
D-1	—	$3.24 \times 10^6$ (0.978)
D-2	$3.79 \times 10^4$	$3.49 \times 10^6$ (0.931)
E-1	$1.41 \times 10^4$	$3.47 \times 10^6$ (0.779)
E-2	$2.62 \times 10^4$	$2.39 \times 10^6$ (0.828)
F-1	$0.99 \times 10^4$	$3.80 \times 10^6$ (0.789)
F-2	$0.77 \times 10^4$	$3.54 \times 10^6$ (0.803)

注1. 単位は  $\text{N m}^{-2}$ 。

注2. 第3域のカッコ内の数値は  $d_2/d_0$ 。

#### 4 まとめ

琵琶に使われる6種類の太さの弦について、それぞれ2試料の横圧縮試験を行って圧縮力と厚さとの関係を求めた。

測定試料数が少ないので確定的な結論ではないが、次のようにまとめられる。

- (1) 低圧縮時において剛性がほぼ一定と見なせる場合にこの加重領域を第1域としたのであるが、同一弦の2試料がともに第1域をもつ場合（弦B、C、E、F）にその2試料の区間幅に大きな隔たりがある。しかしながら、2試料それぞれの平均剛性は弦C、Fにおいてほぼ同一の値を示し、弦Eにおいて一方が他方の2倍近い値を示した。一方、第1域と見なせる領域を持たない試料（試料A-2、試料D-1）も存在した。
- (2) 高圧縮時（第3域）においては、どの弦の2試料の平均剛性も相互に近い値を示した。
- (3) 第1域と第3域の間に位置する第2域において、剛性は急激に変化した。第1域と第3域の平均剛性の比率は最も太い線径を持つ弦Bで20倍程度、最も細い線径を持つ弦Fで400倍程度であった。

(1) は絹弦の横圧縮という問題が本質的に持つ特性の反映であると考えられる。もし試料が自然状態で幾何学的に完全に円形な断面であれば、圧縮開始時の接触状態を試料断面で見ると点接触の状態であり、したがって圧縮開始の瞬間は無限小の剛性を示すはずである。すなわち圧縮開始点は理論的には特異点である。現実の絹弦は、撚り糸構造により連続体として非一様でかつ試料表面も局所的に凹凸のある弾性体であるから、個々の試料は幾何学的に単純な形状をもつ上記の「理想試料」から乖離する程度に応じた有限面積の面接触の状態から開始したと考えられよう。このことが、2例を除く他のすべての試料において圧縮初期段階の応答が近似的に線形でかつバラツキをもつものであった（すなわち区間幅と勾配が異なる第1域をもった）理由と考えられる。この見方に立つと、剛性がゼロから滑らかに増大する試料D-1（第1域を持たないとされた試料の一つ）が最も点接触到近い状態の試料であったと推測される。

(3) の結果を解釈する際に次の点に注意する必要がある。この比較は、弦の線径によらずに加重の上限をほぼ同一に取った場合の平均剛性で論じている。ここにいう20倍と400倍との差は、線径が細くなるほど同一加重下での剛性が高くなることを示したものと考えられる。

今回の圧縮試験結果は、今後弦の横圧縮問題を理論面から解析するために役立つものとする。有限要素法などの数値的方法も利用しながら、本問題を自由境界条件下での大変形問題として研究することが次の課題である。

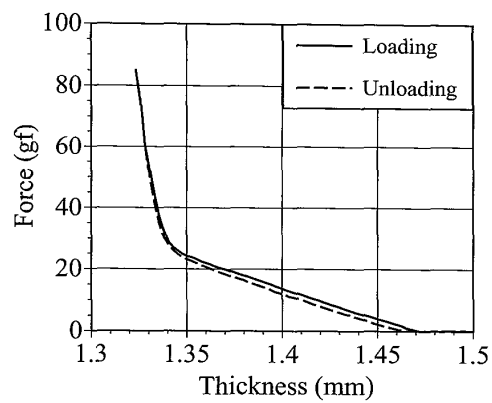
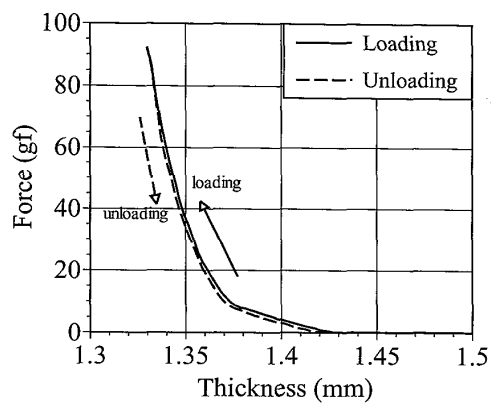
謝辞 本研究の一部は文部科学省のオープン・リサーチセンター整備事業による私学助成を得て行われた（平成16年度－20年度）。

#### 参考文献

- [1] 吉川英史：三味線のサハリに就いて。田邊先生還暦記念東亜音楽論叢，p.193-212，山一書房，昭和18年8月。
- [2] 安藤由典：筑前琵琶の工法に関連する楽器構造調査。筑前琵琶製作技術調査報告書（編集発行者 筑紫 豊），p.17-22，筑前琵琶製作技術調査委員会，昭和52年3月。
- [3] 藤内鶴了：続日本近代琵琶の研究。笠間書店，平成10年6月。

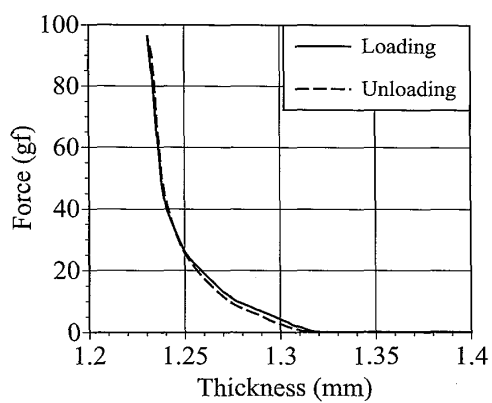
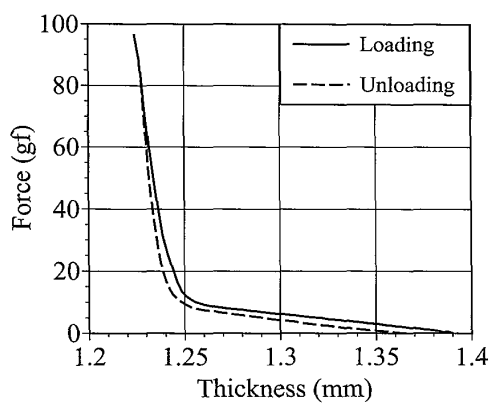
## 弦試料B

左B-1, 右B-2



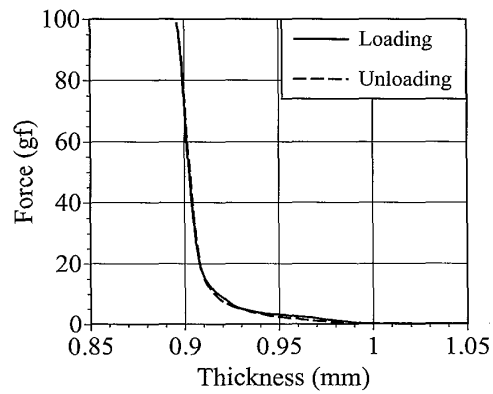
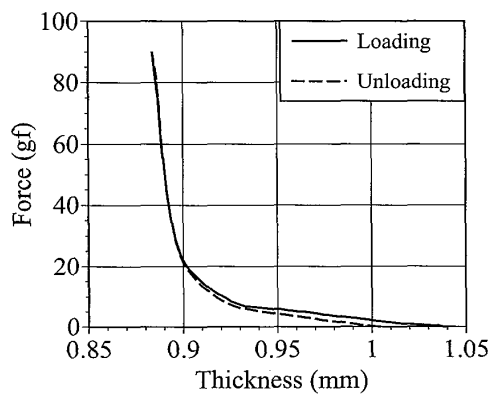
## 弦試料A

左A-1, 右A-2



## 弦試料C

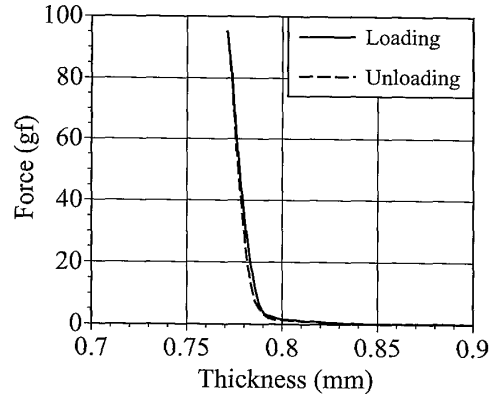
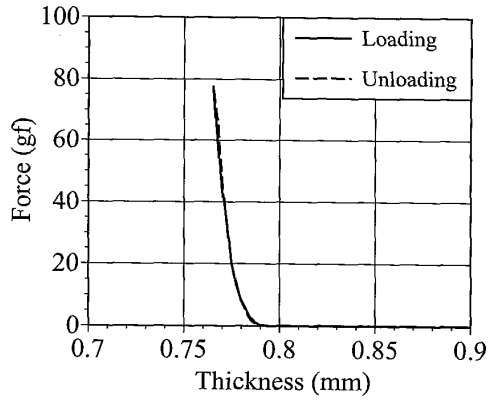
左C-1, 右C-2



付図 琵琶絹弦の横圧縮特性

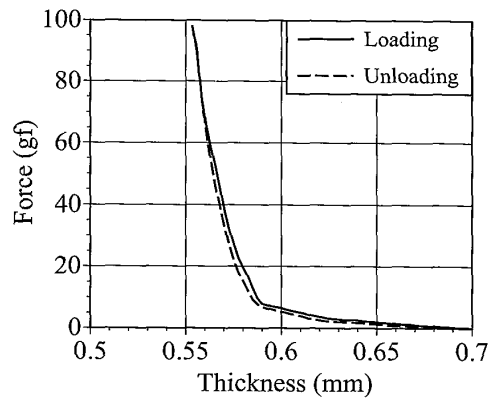
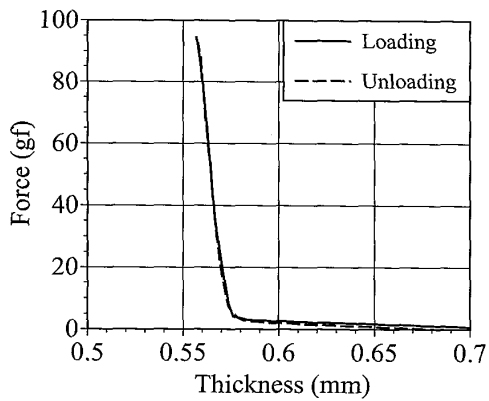
弦試料D

左D-1, 右D-2



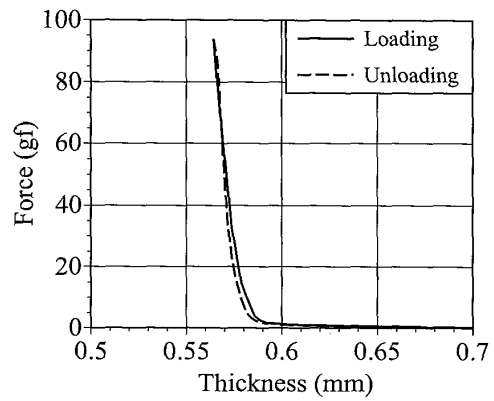
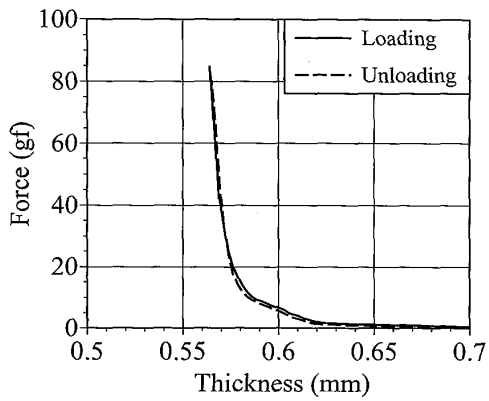
弦試料E

左E-1, 右E-2



弦試料F

左F-1, 右F-2



## **Elastic deformation of silk string for Biwa by lateral compressive force**

**Tomoyasu Taguti<sup>1</sup>, Hiroyuki Fujita<sup>2</sup>, and Kakuryo Tohnai<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>) Information Science and Systems Engineering, Konan University

<sup>2</sup>) Hyogo Prefectural Institute of Technology, and <sup>3</sup>) Biwa Player

(Received April 15, 2006)

### **Abstract**

The biwa and shamisen, two families of Japanese plucked stringed instruments, have an instrumental mechanism called “sawari” at the nut side. The sawari limits the motion of the string in one-sided way so that the string gets a high frequency oscillation due to repeated contact to it when vibrating. The result is that the produced tone is given rich higher harmonics, which enhance the tone with lustrous timbre peculiar to these instruments. As a basic study for the analysis on the dynamics of sawari, this paper reports the result of measurement on the elastic characteristics of silk string of the biwa under a lateral compressive force, the force that compresses the string in the direction perpendicular to the axis of string.