

# 自動定理証明における補助命題の実装について 幾何学基礎論を題材として

著者	岩間 詞也
学位名	博士（工学）
学位授与機関	甲南大学
学位授与年度	令和4年度(2022年度)
学位授与番号	34506甲第126号
URL	<a href="http://doi.org/10.14990/00004570">http://doi.org/10.14990/00004570</a>

氏名・本籍	岩間 詞也（兵庫県）
学位の種類	博士（工学）
報告番号	甲第 126 号
学位授与の日付	令和 5 年 3 月 31 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項 該当者
論文題目	自動定理証明における補助命題の実装について -幾何学基礎論を題材として-
審査委員	(主査) 教授 高橋 正 (副査) 教授 森元 勘治 (副査) 教授 北村 達也

## 論文内容の要旨

自動定理証明 (Automated theorem proving, ATP) は、自動推論 (AR) の中でも最も成功している研究分野であり、コンピュータプログラム (ソフトウェア) によって数学的定理に対する証明を発見することを目的としている。ATP を用いて数学の定理証明を実行するには、ソフトウェアが認識可能な形で理論に沿った条件を構築しなければならない。これまで人間が ATP を用いずに行ってきた証明と、ATP を用いた証明には差異が存在し、それを解消するための技法は研究の途上にある。ATP を活用するには、数学的対象と関係の構築を表現する手順と関連する概念についての洞察が必要である。ATP が人間の証明を支援することで証明の精度を高めることができる。そこに定理証明に ATP を用いる価値がある。

ユークリッド幾何学は、点・線・面などの定義および一連の公理・公準が与えられ、それらを基に理論体系が構築されている。それに対し、ヒルベルトはユークリッド幾何学の点・線・面などの定義が数学的に厳密ではないとして、公理のなかでそれらの関係性のみを構築することで厳密化を図った。ATP は、こうした数学的定理の妥当性・整合性を機械的に確認する目的で開発されたものである。ヒルベルトによる幾何学基礎論の証明 (ユークリッド幾何学の定理証明) を ATP の 1 つである Isabelle/HOL を用いて試みると、そのままでは証明できない定理が多い。この問題を解決するために、

本研究ではユークリッド幾何学の定理証明に対し、ヒルベルトの幾何学基礎論の手法を基に、Isabelle/HOLを用いて証明するための補助命題の実装を行なった。

本論文では、第1章において、ATPおよびその成り立ちとATPが扱える各種問題について実装例を交えて示し、第2章において、ATP機能を有するソフトウェア(定理証明支援系)の現状と補助命題の必要性を明らかにした。そして第3章では、題材としてヒルベルトの幾何学基礎論の証明を基に、ユークリッド幾何学の定理をIsabelle/HOLを用いて証明するために必要な補助命題の実装を行い、その過程において生じる問題およびその解決について明らかにし、最後に第4章において、現状では高階述語論理は決定不能であるが、Isabelle/HOLを用いて人間の証明を支援することで証明の精度を高めることができ、そこにIsabelle/HOLを用いた自動定理証明の価値があることを考察し、今後の課題および発展可能性を示した。

## 審査結果の要旨

ATP機能を有するソフトウェアを用いた数学的定理の自動証明の困難性は、これまで人間がATPを用いずに行ってきた証明とATPを用いた証明に差異が存在することに起因している。体系の表現としては、高階述語論理>一階述語論理>命題論理となり、命題論理は決定可能、一階述語論理は半決定可能、高階述語論理は決定不能である。題材として幾何学基礎論の方法を基にIsabelle/HOLを用いてユークリッド幾何学の定理を一階述語論理の範疇で証明出来ることを示し、今後この題材が有望であることを示した。

本研究において、ATP機能を有するソフトウェアIsabelle/HOLに対し、数学的定理の自動証明を行うための補助命題の実装を行なったことは、独創的な点であり、高く評価される。

さらに、角の取り扱いとして、線角より点角を採用したことに関しては、これまで先行研究で指摘されていた問題に対し新たな視点を与えるものである。

これらの成果は、Conference Proceedings (4編)、教育学習支援センター紀要(1編)、Journal of Computational Innovation and Analytics (1編)の論文として公刊され、高く評価されている。

審査委員会は博士学位申請に関する公開講演会を2023年2月8日に開催し、提出論文に関する口頭試問を行った。申請者の発表は的確であった。質疑応答では、ATPにおける固有な用語、概念、研究の設定に関する説明において難解な部分があったが、総合的な判断としては、応答内容は満足できるものであった。

以上により下記審査委員は本論文提出者（岩間 詞也）が博士後期課程の修了に必要な所定の単位を修得し、かつ、必要な研究指導を受け、博士論文の審査及び最終試験に合格したので、博士（工学）の学位を授与せられるに充分なる資格をもつものであると認める。